Matematiğin Kısa bir Tarihi

Bu konuşmada sizlere, Matematiğin nasıl başladığı ve hangi aşamalardan geçerek günümüze geldiğini anlatmaya çalışacağım. Bir Matematik tarihcisi olmadığımı, anlatacaklarımın okuduklarımın bir sentezi olduğunu, orjinal çalışmaları inceliyerek hazırlanmamış bir konuşma olduğunu belirtmek isterim.

Matematik insanlık tarihinin en eski bilimlerinden biridir. Çok eskiden, Matematik sayıların ve şekillerin ilmi olarak tanımlanırdı. Matematik de, diğer bilim dalları gibi, geçen zaman içinde büyük bir gelişme gösterdi; artık onu bir kaç cümle ile tanımlamak mümkün değildir. Şimdi söyleyeceklerim, matematiği tanımlamaktan çok, onun çeşitli yönlerini vurgulayan sözler olacaktır. Matematik bir yönüyle, resim ve müzik gibi bir sanattır. Matematikçilerin büyük çoğunluğu onu bir sanat olarak icra ederler. Bu açıdan bakınca, yapılan bir işin, geliştirilen bir teorinin, matematik dışında şu ya da bu işe yaraması onları pek ilgilendirmez. Onlar için önemli olan, yapılan işin derinliği, kullanılan yöntemlerin yeniliği, estetik değeri ve matematiğin kendi içinde bir işe yaramasıdır. Matematik, başka bir yönüyle, bir dildir. Eğer bilimin gayesi evreni; evrende olan her şeyi anlamak, onlara hükmetmek ve yönlendirmek ise, bunun için tabiatın kitabını okuyabilmemiz gerekir. Tabiatın kitabı ise, Galile'nin çok atıf alan sözleri ile, matematik dilinde yazılmıştır; onun harfleri geometrinin şekilleridir. Bunları anlamak ve yorumlayabilmek için matematik dilini bilmemiz gerekir. Matematik, başka bir yönüyle de satranç gibi entelektüel bir oyundur. Kimi matematikçiler de ona bir oyun gözüyle bakarlar. Matematik, kullanıcısı için ise sadece bir araçtır. Matematiğin ne olduğunu, onun içine girdikten sonra, bilgimiz ölçüsünde ve ilgimiz yönünde, anlar ve algılarız. Anladığımız ve algıladığımızın ise, file dokunan körün, fili anladığı ve algıladığından daha fazla olduğunu hiç sanmıyorum. Matematik sözcüğü, ilk kez, M.Ö. 550 lerde, Pisagor okulu üyeleri tarafından kullanılmıştır. Yazılı literatüre girmesi, Platon' la M.Ö. 380 lerde olmuştur. Kelime manası "öğrenilmesi gereken şey", yani, bilgidir. Bu tarihlerden önceki yıllarda, matematik kelimesi yerine, yer ölçümü manasına gelen, geometri yada eski dillerde ona eşdeğer olan sözcükler kullanılıyordu.

Matematiğin nerede ve nasıl başladığı hakkında da kesin bir şey söylemek mümkün değildir. Dayanak olarak yorum gerektiren arkeolojik bulguları değilde, yorum gerektirmeyecek kadar açık yazılı belgeleri alırsak, matematiğin M.Ö. 3000 –2000 yılları arasında Mısır ve Mezopotamya'da başladığını söyleyebiliriz. Heredot'a (M.Ö. 485-415) göre, matematik Mısır'da başlamıştır. Bildiğiniz gibi, Mısır topraklarının %97 si tarıma elverişli değildir; Mısır'a hayat veren, Nil deltasını oluşturan %3 lük kısımdır. Bu nedenle, bu topraklar son derece değerlidir. Oysa, her sene yaşanan Nil nehrinin neden olduğu taşkınlar sonuncunda, toprak sahiplerinin arazilerinin hudutları belirsizleşmektedir. Toprak sahipleri de sahip oldukları toprakla orantılı olarak vergi ödedikleri için, her taşkından sonra, devletin bu işlerle görevli "geometricileri" gelip, gerekli ölçümleri yapıp, toprak sahiplerine bir önceki yılda sahip oldukları toprak kadar toprak vermeleri gerekmektedir. Heredot geometrinin bu ölçüm ve hesapların sonucu olarak oluşmaya başladığını söylemektedir. Matematiğin doğuşu hakkında ikinci bir görüş de, Aristo (M.Ö. 384-322) tarafından ileri sürülen şu görüştür. Aristo' ya göre de matematik Mısır'da doğmuştur. Ama Nil taşmalarının neden olduğu ölçme-hesaplama ihtiyacından değil, din adamlarının, rahiplerin can sıkıntısından doğmuştur. O tarihlerde, Mısır gibi ülkelerin tek entelektüel sınıfı rahip sınıfıdır. Bu sınıfın geçimi halk veya devlet tarafından sağlandığı için, entelektüel uğraşılara verecek çok zamanları olmaktadır. Kendilerini meşgul etmek için, başkalarının satranç, briç, go... gibi oyunları içat ettikleri gibi onlar da geometri ve aritmetiği, yani o zamanın matematiğini icat etmişlerdir. Bu her iki görüş de doğru olabilir; rahipler geometricilerin işini kolaylaştırmak istemiş, yada dağıtımın adil yapıldığını kontrol için, üçgen, yamuk gibi bazı geometrik şekillerdeki arazilerin alanlarının nasıl hesaplanacağını bulmuş ve bu şekilde geometrinin doğmasına neden olmuş da olabilirler.

Matematiğin yazılı tarihini beş döneme ayıracağız. İlk dönem Mısır ve Mezopotamya dönemi olacak; bu dönem M.Ö. 2000 li yıllarla M.Ö. 500 lü yıllar arasında kalan 1500-2000 yıllık bir zaman dilimini kapsayacak. İkinci dönem, M.Ö. 500-M.S. 500 yılları arasında kalan ve Yunan Matematiği dönemi olarak bilinen 1000 yıllık bir zaman dilimini kapsayacak. Üçüncü dönem, M.S. 500 lerden kalkülüsün başlangıcına kadar olan ve esasta Hind, İslam ve Rönesans dönemi Avrupa matematiğini kapsayacak olan 1200 yıllık bir zaman dilimini kapsayacak. Dördüncü dönem, 1700-1900 yılları arasında kalan, matematiğin altın çağı olarak bilinen, klasik matematik dönemini kapsayacak. 1900 lerin başından günümüze uzanan, ve modern matematik çağı olarak adlandırılan, içinde bulunduğumuz dönem de beşinci dönem olacak. Her dönemi ayrı -ayrı ele alıp, eldeki kaynaklar çerçevesinde, o dönemdeki matematiğin gelişimi, katkı yapan matematikçiler, matematiğin toplum hayatındaki yeri ve o dönem matematiğinin temel özellikler hakkında bilgi vermeye çalışacağım.

1-İlk döneme Mısır matematiği ile başlayacağız. Eski Mısır matematiği ve genelde de Mısır tarihi ile ilgili yazılı belge- tarihi eser kalıntılarını kastetmiyorum- yok denecek kadar azdır. Bunun temel iki nedeni vardır. Birincisi, eski Mısırlıların yazıyı papirüslere yazmaları; ikinci nedeni ise İskenderiye kütüphanelerin geçirdikleri 3 büyük yangın sonucunda, ki bu yangınların sonuncusu 641 de Mısırın Müslümanlar tarafından fethi sırasında olmuştur, yazılı belgelerin yok olmuş olmasıdır. Papirüs, Nil deltasında büyüyen, kırmızımtırak renkte, saz türü bir bitkinin, ortalama 15-25 metre uzunluğunda ve 30-50 santim genişliğinde olan yapraklarıdır. Bu yapraklar kesilip, birleştirilip, preslendikten ve bazı basit işlemlerden geçirildikten sonra, kağıt yerine yazı yazmak için kullanılırmış. “Paper” , “papier” gibi batı dillerindeki kağıt karşılığı sözcükler, papirüs sözcüğünden türetilmiştir. Bir papirüsün ortalama ömrü 300 yıldır; 300 yıl sonra, nem, ısı ve benzeri nedenlerle, pul-pul olup dökülmektedir. Günümüze, matematikle ilgili, istisnai şartlar altında saklandığı anlaşılan, iki papirüs gelmiştir. Mısır matematiği hakkındaki bilgimizin ana kaynakları bu iki papirüstür. Bu papirüslerden ilki, Ahmes (ya da Rhind) papirüsü olarak bilinen, 6 metre uzunluğunda ve 35 cm kadar genişliğinde olan bir papirüstür. Bu papirüsün, M.Ö. 2000 li yıllarda yazılmış olan bir pürüsün, M.Ö. 1650 lerde Ahmes isimli bir “matematikçi” tarafından yazılan bir kopyasıdır. Bu papirüsü 1850 lerde İrlandalı antikacı H. Rhind satın almış, şimdi British museum dadır. Bu papirüs, matematik öğretmek gayesiyle yazılmış bir kitaptır. Giriş kısmında, kesirli sayılarla işlemleri öğretmek gayesiyle verilen bir-kaç alıştırmadan sonra, çözümleriyle 87 soru verilmektedir. Bu sorular, paylaşım hesabı, faiz hesabı veya bazı geometrik şekillerin alanını bulmak gibi, insanların günlük hayatta karşılaşabileceği türden sorulardır. Bu az-çok bizim 8. sınıf matematiği düzeyinde bir matematiktir. Moskova papirüsü diye bilinen ve şimdi Moskova müzesinde olan ikinci papirüs de M.Ö. 1600 lerde yazılmış bir kitapçıktır. Bu papirüs 25 soru içermektedir. Bu sorular, ikisi hariç, Ahmes papirüsündeki sorular türündendir. Diğer iki soruya gelince, onlardan biri, bir düzlemle kesilen küre parçasının hacmi ve yüzeyinin alanının hesaplanmasıdır. Diğeri ise, yine bir düzlemle kesilen bir piramidin hacminin bulunması sorusudur. Her iki soru da doğru olarak çözülmüştür. Bu iki soru Mısır matematiğinin zirvesi olarak kabul edilmektedir. Mısırlılar, dairenin alanının çapına orantılı olduğunun farkına varmışlar ve pi sayısını 4x(8/9) un karesi, yani 256/81=3,16 olarak bulmuşlardır. Mısır matematiğini 2000 yıl boyunca bu düzeyde kaldığı ve kayda değer bir ilerleme göstermediği anlaşılmaktadır.

Mısır sayı sistemi, on tabanına göredir ve rakam sistemlerinin yazımı ve kullanımı Romen rakamlarının yazım ve kullanımı gibidir. Bu rakamlarla hesap yapmanın çok zor olduğu, Romen rakamlarıyla hesap yapmayı deneyen herkesin kolayca göreceği gibi, açıktır. Mısır matematiğinin gelişmemesinin bir nedeni bu olabilir.

Mezopotamya’da yaşamış medeniyetlerden (Sümerler, Akatlar, Babiller, Kaldeyenler, Asurlar, Urlar, Huriler,...; fetihler nedeniyle, bir zaman Hititler, Persler,...) zamanımıza, Mısırdan kalandan bin kat daha fazla yazılı belge kalmıştır. Bunun nedeni, Mezopotamyalıların yazı aracı olarak kil tabletleri kullanmalarıdır. Pişirilen yada güneşte iyice kurutulan bir kil tabletin ömrü sonsuz denecek kadar uzundur. Yapılan kazılarda yarım milyondan fazla tablet bulunmuştur. Bu tabletlerin önemli bir kısmı İstanbul arkeoloji müzesindedir. Diğerleri de dünyanın çeşitli - Berlin, Moskova, British, Louvre, Yel, Colombia ve Pensilvanya- müzelerindedir. Bu tabletlerin, şimdiye kadar incelenmiş olanlarının içinde, beş yüz kadarında matematiğe rastlanmıştır. Bu bölgede yaşamış medeniyetlerin matematiği hakkında bilgimiz bu tabletlerden gelmektedir. Bu tabletlerden anlaşılan, Mezopotamya'da matematik, Mısır matematiğinden daha ileridir; Mezopotamyalılar lise iki düzeyinde bir matematik bilgisine sahiptirler. Mısırlıların bildikleri matematiği bildikleri gibi, ikinci dereceden bazı polinomların köklerini bulmasını, iki bilinmeyenli iki denklemden oluşan bir sistemi çözmesini de biliyorlar. Şunu söylemem gerekir ki, o zamanlarda henüz negatif ve irrasyonel sayılar bilinmemektedir. Bu nedenle ikinci dereceden her polinomun köklerini bulmaları mümkün değildir. Mezopotamyalılar, daha sonra Pisagor teoremi olarak adlandırılacak olan teoremi biliyorlar; pi sayısını karesi 10 olan bir sayı olarak bilmekteler. Daha sonraları 3.15 olarak da kullanmışlardır.

Mezopotamyalıların sayı sistemi 60 tabanlı bir sayı sistemidir. Bu sayı sistemi günümüzde de, denizcilik ve astronomi de kullanılmaktadır. Bizim sayı sisteminde 10 ve 10 nun kuvvetlerini kullandığımız ve sayıları buna göre basamaklandırdığımız gibi, onlar da sayıları 60 ve 60 ın kuvvetlerine göre basamaklandırmaktadırlar. Bu sayı sisteminin en önemli özelliği basamaklı, yani konumlu, bir sayı sistemi olmasıdır. Saatin 60 dakika, günün 24 saat ve dairenin 360 dereceye bölünmüş olması bize bu sayı sisteminden kalan miraslardan sadece bir kaçıdır. Mezopotamyalıların 60 tabanlı bir sayı sistemi seçmiş olmalarının nedeni bilinmemektedir. Bu konuda ileri sürülen belli-başlı üç görüş ya da varsayım şunlardır. 1). 60 sayısının 2,3,4,5,6,10,12,20,30 gibi çok sayıda bölenleri olması onu günlük hayatta çok kullanışlı kılıyordu; bu nedenle 60 tabanlı bir sayı sistemi seçmişlerdir. 2). 60 tabanlı sayı sisteminin seçiminden önce, o bölgede 10 ve 12 tabanlı sayı sistemlerini kullanan medeniyetler olmuştur. Daha sonra gelen bir medeniyet, daha önceki ölçü birimleriyle uyum sağlamak için, 10 ile 12 nin en küçük ortak katı olan 60 'ı sayı sistemlerinin tabanı olarak almışlardır. 3). 60 tabanlı sayı sisteminin seçimi, bir eldeki, baş parmak hariç, dört parmakta bulunan üç eklem yerini o zamanın insanları sayı saymak için kullanıyorlardı; 4 parmakta 12 eklem yeri olduğu ve bir elde de beş parmak olduğu için bu iki sayının çarpımı olan 60 ' ı sayı sistemlerinin tabanı olarak almışlardır. Bu konuda görüşler bunlardır. Eğer bir gün 60 sayısının niçin seçildiğini izah eden bir tablet bulunursa o zaman gerçek anlaşılacaktır.

Bu dönemin matematiğini toptan değerlendirecek olursak, temel özellikleri şunlardır. a) Bu dönem matematiğinde teorem, formül ve ispat yoktur. Bulgular emprik veya deneysel; işlemler sayısaldır. Bunun böyle olması kaçınılmazdır zira o dönemde matematik, simgesel olarak değil, sözel olarak ifade edilmekte. Sözel ve sayısal matematikte (geometrik çizimler hariç) formel ispat vermek olanaksız omasa da, kolay değildir. b) Bu dönemin matematiği zanaat düzeyinde bir matematiktir; matematik "matematik için matematik " anlayışıyla değil, günlük hayatın ihtiyaçları için, yani "halk için matematik " anlayışıyla yapılmaktadır. Matematiğin kullanım alanları ise, zaman-takvim belirlemek, muhasebe işleri ve günlük hayatın, inşaat, miras dağıtımı gibi diğer işleridir. Dini ve milli günlerin, ibadet saatlerinin, deniz yolculuklarının ve tarıma uygun dönemlerin belirlenmesi için, bugün olduğu gibi, eski zamanlarda da doğru bir takvim yapmak son derece önemli bir iş olmuştur. Bu da ancak uzun süreli gözlem, ölçüm ve hesapla mümkündür. Bu matematiğin kullanım alanlarından en önemlisi ve matematiğin gelişmesine neden olan temel ihtiyaçlardan biridir. Devlet gelir-giderinin hesaplanması, mal varlıklarını tespit, kayıt ve muhasebesi de devlet düzeni için elzem olan ve matematiğin kullanıldığı diğer bir alandır.

Bu dönem matematiği, bu bölge ülkelerinin kültürel varlıklarının, Pers istilası sonucu son bulmasıyla son bulur.

2-M.Ö. 600 lü yıllar Pers'lerin orta doğuya hakim olmaya başladığı yıllardır. M.Ö. 550' li yıllara gelindiğinde, Pers'ler, Anadolu, Mısır dahil, bütün orta doğunun tek hakimidirler. Pers'ler, M.Ö.500-480 arasında Yunanistan'a üç sefer düzenlerler; 480 de Atina'yı ele geçirerek yakarlar ama, bir yıl sonra, 479 da Yunanlılar Persleri Yunanistan'dan atarlar. Bu tarih, M.Ö. 479, Yunan medeniyetinin başlangıcı olarak kabul edilen tarihtir. Bu tarih, bilimde, sanatta edebiyatta çok parlak bir dönemin başlangıcı olan bir tarihtir. Yunan matematiği gerçekte bu dönemden daha önce başlamıştır. İki kişi, Tales (M.Ö. 624-547) ve Pisagor (M.Ö.569-475), Yunan matematiğinin babası olarak kabul edilir. Tales Milet (Aydın) da doğmuştur. Mısır'a gittiği, bir süre orada kaldığı ve Mısırda geometri öğrendiği bilinmektedir. Mısırda iken, büyük piramidin gölgesinin uzunluğunu ölçerek, bu sayıyı, kendi boyunun o andaki gölgesinin boyuna olan oranıyla çarpmak suretiyle, büyük piramidin yüksekliğini hesapladığı kitaplarda anlatıla gelmektedir. Tales Milet'e döndükten sonra, öğrendiklerini öğretmek gayesiyle, kendi etrafında bir grup oluşturarak onlara geometri öğretmiştir. Matematiğe – deneysel olarak doğrulamaya dayanmayan-akıl yürütmeye dayalı, soyut ispatın Tales'le girdiği kabul edilir. Ayrıca, Tales insanlık tarihinin ilk filozofu olarakta kabul edilen kişidir. Yunan matematiğinin diğer babası olan Pisagor Samos (Sisam) adasında doğmuştur. Pisagor'un bir süre Tales'in yanında kaldığı, onun tavsiyelerine uyarak Mısır'a gittiği, orada geometri öğrendiği, Mısır tapınaklarını ziyaret edip, dini bilgiler edindiği, ve Mısırın Pers'ler tarafından işgali sırasında, Pers'lere esir düşerek Babil'e götürüldüğü bilinmektedir. Babil'de bulunduğu 5 yıl boyunca matematik, müzik ve dini bilgiler öğrenmiş, Samos'a döndükten sonra bir okul oluşturarak etrafına topladığı insanlara öğrendiklerini öğretmeye çalışmıştır. Politik nedenlerle, M.Ö. 518 Samos'dan ayrılarak, güney Italya'ya, Crotone yerleşmiş ve orada yarı mistik-yarı bilimsel, tarikat vari bir okul oluşturmuştur. Bu okulun, "matematikoi" denen üst düzey kişileri beraber yaşamaktalar ve birbirlerine yeminle bağlıdırlar. İkinci gurup okula devam eden öğrencilerden oluşmaktadır. Pisagor okulu sayı kültü üzerine kuruludur. Onlara göre, her şey sayılara indirgenebilir; sayılar arasında tesadüfi olamayacak kadar mükemmel bir harmoni vardır ve harmoni ilahi harmoninin yansımasıdır. O gün için bilinen sayılar 1,2,3,... gibi çokluk belirten tam sayılar; ve ½, ¾,...gibi parçanın bir bütüne oranını belirten kesirli sayılardır. Pisagor teoremi olarak bilinen (bir dik üçgenin dik kenarlarının karesin toplamı hipotenüsün karesine eşittir) teorem ile irrasyonel sayıların ortaya çıkması Pisagor ekolünü derin bir krize sokmuştur. İrrasyonel sayıların keşfi matematiğin ilk önemli krizidir. Pisagor okulunun üyelerinin bir çoğu Cylon isimli bir yobazın yönettiği bir baskın sonuncu katledilmişlerdir. Pisagor hayatını kurtarmıştır ama bir kaç sene sonra o da ölmüştür. Pisagor'un düşünceleri, Pisagor ekolu, şu veya bu isim altında uzun yıllar yaşamıştır. Bu bilgilerden de anlaşılacağı gibi, Yunan matematiğinin temelinde Mısır ve Mezopotamya matematiği vardır.

Şimdi Atina' ya dönelim. Atina' da matematiğin sistematik eğitimi Platon'la (M.Ö. 427-347) başlar. Sokrat'ın öğrencisi olan Platon, Sokrat'ın ölüme mahkum edilip, zehir içerek ölmesinden sonra, 10 yıl kadar Mısır, Sicilya ve Italya'da kalır. Orada, Pisagorculardan matematik öğrenir. Matematetiğin doğru düşünme yetisi için ne denli önemli olduğunu anlayan Platon, Atina'ya döndüğünde, M.Ö. 387 de, bir okul kurar ve ona Pers-Yunan savaşların kahramanlarından Akademius'un ismini verir. (Bazı kaynaklara göre de Akademos, Platon'un okulunun kurulu olduğu alanın sahibinin ismidir). Bu Platon'un "akademi"sidir. Bu akademinin girişinde "her kim ki geometrici değildir, içeriye girmesin yazılıdır". O tarihlerde, henüz matematik sözcüğü kullanılmaktadır, "geometri" matematik sözcüğünün yerine kullanılmıştır. Bu okulda felsefe, geometri, müzik (harmoni teorisi) ve jimnastik ağırlıklı bir eğitim verilmektedir. Geometri doğru düşünmeyi öğrenmenin temel aracı olarak kabul edilmekte ve o tarihlerde felsefe ile geometri içice denecek kadar birbirine yakın konular olarak görülmektedir. Platon bir araştırma yöneticisi gibi görev yapmakta, öğrencilerine çeşitli geometri soruları vererek, onlardan bu soruları halletmelerini istemektedir. Bu okul M.S. 529' a kadar, 900 yıldan fazla faaliyet gösterecektir. Bu okulda çok sayıda matematikçi yetişmiştir. Burada yetişen ilk önemli matematikçi Öklid (Euclid) (M.Ö.325-265); son önemli matematikçi Proclus (M.S. 411-485) tur. Bu dönemin matematiği hakkında en önemli kaynak Proclus'un eserleridir. M.Ö.400-300 yıllarının en önemli matematikçi-bilim adamı, Platon'un akademisinde hocalık da yapmış olan, Eudoxus'tur. Pisagorcuların sayı kavramını değiştirerek, sayı'yı iki uzunluğun oranı olarak tanımlayan ve bu tanıma uygun bir sayılar aritmetiği geliştirerek, irrasyonel sayıların keşfi sonucu, matematiği içine düşmüş olduğu krizden kurtaran; entegral kavramının temelinde olan "exhaustion" yöntemini geliştiren ve ilk olarak bir evren modeli tasarlayan Eudoxus'tur. "Exhaustion" yöntemi şekli düzgün olmayan, alanı yada hacmi bilinmeyen bir cismin alan veya hacmini, alanı yada hacmi bilinen şekillerle doldurarak o alanı yada hacmi hesaplama yöntemidir.

M.Ö. 335 den itibaren, Mekodonya'lı büyük İskender, 12-13 yıl gibi kısa bir sürede Pers imparatorluğunun tamamını ele geçirir. Hindistan dönüşü, 322 de Babil'de ölür. İskender'in ölümünden sonra, İskender'in generalleri kanlı bir iktidar mücadelesine girişirler. Bu mücadele sonucu, İskender'in imparatorluğu üçe bölünür. İmparatorluğun Afrikadaki toprakları (Mısır , Libya) general Potelemi'ye, imparatorluğun Asya'daki toprakları general Seleukos'a ve Avrupa'daki topraklarda Antigonos'e düşer. Böylelikle, daha sonra " Yunan kültür bölgeleri" diye adlandırılacak olan Yunan medeniyetinin gelişeceği üç bölge ortaya çıkar. Bunlar Yunanistan-Mekadonya, Anadolu-Suriye ve Mısır-Libya dır. Makedonya krallığında Plato'un akademisi, Aristo'nun Lisesi gibi okullar eğitimlerini daha uzun yıllar sürdürürler ama daha çok felsefe ağırlıklı olarak. Anadolu'da tıp ve astronomide önemli bilginler yetişir, Galen ve Hipparkus gibi. Galen'nin tıp konusunda 500 civarında kitap (papirüs) yazdığı bilinmektedir. Galen, Hipokrat'ın yaşadığı dönemle İbni Sina'nın zamanı arsında yaşamış en önemli tıp adamıdır. Matematik açısından en önemli merkez İskenderiye'dir. Potelemi, Zeus'un sanat tanrıçaları olarak bilinen kızlarına verilen (Muse) isminden esinlenerek, İskenderiye'de tarihin en ünlü Üniversitelerinden birini, Museum'u kurar. Burası M.Ö. 312-M.S. 421 tarihler arasında, 700 yıldan fazla bir zaman diliminde bir ileri bilimler merkezi olarak eğitim ve araştırma faaliyetlerini sürdürecektir. Burası, ücretleri devlet hazinesinden ödenen, 100 den fazla bilim adamının çeşitli dallarda eğitim verdiği ve araştırma yaptığı bir kurumdur. Zamanla çok zengin bir kütüphane oluşturacaklar, botanik bahçesi ve bir gözlem evine sahip olacaklardır. Yunan kültür bölgelerine ait önemli bilim adamları burayı ziyaret edip, burada bir süre kalmışlardır. Burada ders veren ilk önemli matematikçi Öklid' tir. Öklid'in yazdığı çok sayıda eser arasında en önemlisi, Öklid'in elementleri olarak bilinen 13 kitaplık bir dizi matematik kitaplarıdır. O tarihlerdeki kitap uzunlukları bir papirüslüktür. Bu da bizim ölçülerimizle, 20 ile 50 sayfa arasında bir kitaba karşılık gelmektedir. Bu kitaplarda Öklid o zamanlarda bilinen matematiğinin sistematik bir derlemesini sunar. Bu eserin önemi Öklid'in geometriye yaklaşımımda ve konuların takdimindedir. Öklid, geometride, önce, evrensel geçerliği olan, 5 aksiyom verir. Bunlar A=B ve B=C ise A=C gibi her sağduyunun kabul edeceği kurallardır. Sonra nokta, doğru, düzlem gibi kavramların ne olduğunu belirten 31 tanım verir. Sonra da Öklid geometrisinin postulatları olarak bilinen şu beş postulatı verir. 1) iki noktadan bir doğru geçer. 2) bir doğru parçası sınırsız uzatılabilir. 3) bütün dik açılar bir birine eşittir. 4) Bir nokta ve bir uzunluk bir çember belirler. 5) Bir doğruya onun dışındaki bir noktadan sadece bir paralel çizilir. Daha sonra, gökten bir şeyler düşürmeden, mantıki çıkarım yoluyla, bu postulatlardan çıkarabildiği sonuçları teorem, önerme olarak mantıki bir sırada sunar. Aksiyomatiko-dedüktif yaklaşım dediğimiz bu yaklaşım bugünkü matematiğin ve bilimin de temel yaklaşımıdır. Ünlü düşünür Bertrand Russell'a göre, hiç bir kitap batı düşünce sisteminin oluşmasında bu kitap kadar etkili olmamıştır. Bu kitap tarih boyunca belli-başlı bütün dillere çevrilmiş, 1000 defadan fazla basılmış, bütün medeniyetlerin okullarında okutulmuş, insanlığın en önemli baş yapıtlarından biridir. Museum da yetişen en önemli matematikçilerden biri de Perge'li Apollonius'tur. Antik Çağın, Öklid ve Arşimed'le beraber üç büyük bilim adamından biri olarak kabul edilen Apollonius konik kesitleri üzerine bugün de hayranlık uyandıran 8 kitaplık mükemmel bir eser bırakmıştır insanlığa. (Bu 8 kitaptan 8 cisi bugüne kadar bulunamamıştır). Bütün zamanların en büyük bilim adamlarından biri olarak kabul edilen Siraküs'lü Arşimed (M.Ö. 287-212) de bir rivayete göre Museum da yetişmiştir. En azından bir süre burada kaldığı bilinmektedir. Arşimed icat ettiği mekanik aletlerinin yanı sıra, Öklid'in geometride yaptığını bir ölçüde mekanikte yapmış, mekaniğin ve hidrostatiğin temel ilkelerini yasalaştırmaya çalışmıştır.

Matematiğe katkıları, silindir ve küre hakkında çalışmaları; başlangıcı Eudox'a giden, "exhaustion" yöntemiyle bir çok şeklin alanını hesaplamış olmasını sayabiliriz. Bu, bugün matematikte entegral olarak bilinen kavramın başlangıcıdır. Eudox'tan zamanımıza yazılı hiçbir eser kalmamıştır. Bu nedenle, belgeli olarak, bu yöntemin ilk olarak kullanıldığı yer Arşimed'in eserleridir. Arşimed bu yöntemle, bir dairenin içine ve dışına düzgün 96 kenarlı çokgenler çizip, onların alanlarını hesaplayarak, pi sayısının 3,10/71 ile 3,10/70 arasında bir değeri olduğunu hesaplamıştır. Bu da pi' nin virgülden sonra ilk üç rakamını doğru olarak vermektedir. O zamana kadar pi sayısının bilinen değerleri deneysel, ölçme yoluyla elde edilen değerler idi. Museum da yetişen ve tarihin en önemli astronomlarından biri olarak kabul edilen bir bilim adamı da, batılıların Potolemy, doğuluların Batlamyüs olarak bildiği Claudius Potolemy'dir (M.S. 85-165). Batlamyüs, uzun yıllar süren gözlemlerden sonra, Hipparkus gibi daha önce yaşamış olan başka astronomların da gözlemlerini de kullanarak, tutarlı bir evren sistemi oluşturmuş; geniş astronomik ölçüm cetvelleri ve bir yıdız kataloğu hazırlamıştır. Batlamyüs'ün sistemde, dünya sistemin merkezindedir; güneş, ay ve diğer gezegenler dünya etrafında çembersel bir yörüngede dönmektedirler. Arapların, en büyük manasına "almagest" dedikleri ve Yunanca ismi "matematica" olan ünlü astronomi kitabı 15 asır boyunca astronomi ile ilgilenen bütün bilim adamlarının başucu kitabı olarak kalmıştır.

Yunanlılar alfabelerinin harflerini rakam olarak kullanmışlardır. Bu sistemde sayıların yazılımı Romen rakamlarının yazılımına benzer ama daha gelişmiş bir sistemdir. Yunun matematiği büyük ölçüde geometri olarak geliştiği için çok yetkin bir rakam sistemine ihtiyaç duymamışlardır.

Bu kısımda anlatmaya çalıştığımız dönemde yaşamış 100 den fazla matematikçinin ismi ve bazı çalışmaları zamanımıza gelmiştir. Bu da o dönemdeki bilimsel faaliyetlerin yoğunluğu, devlet ve toplum nezdindeki önemini göstermektedir.

Yunan matematiğini değerlendirecek olursak, temel özellikleri şunlardır. a) Yunanlılarla, matematik zanaat düzeyinden sanat düzeyine geçmiştir. Bu matematikte, günlük hayatta işe yararlılık değil, derinlik, estetik ön plandadır. b) Yunan matematiği bugünkü manada moderindir; bugün biz nasıl matematik yapıyorsak, o zaman onlar da böyle yapıyorlardı. Zaman içinde ispat anlayış ve standartları değişmektedir; ama Öklid'in verdiği ispatlar, bugün de büyük ölçüde geçerlidir.

Şimdi bu dönem nasıl bitti, bir sonraki dönem nasıl başladı; kısaca bunu anlatmaya çalışacağım. Bu dönemi sona erdiren iki önemli etmen Roma'nın yükselişi ve Hıristiyanlığın Roma imparatorluğunun resmi dini oluşudur. M.Ö. 150 yıllardan itibaren Roma imparatorluğu genişlemeye başlamıştır. M. Ö. 30 lu yıllara gelindiğinde her üç Yunan kültür bölgesi de artık Romalıların hükmü altındadır. Her ne kadar da idari ve askeri olarak Romalılar Yunan kültür bölgelerine hakim iseler de, kültürel olarak Roma imparatorluğu bir Yunan kolonisidir; az-çok, Yavuz Sultan Selim'den sonra, Osmanlıların Arap dünyasına hükmetmelerine karşın, kültürel açıdan bir Arap kolonisi durumunda oldukları gibi. Bu nedenle, Romalılar Yunan kültür kurumlarının (Platonun akademisi, Bergama Okulu, Museum gibi) faaliyetlerine devam etmelerine müsaade etmişlerdir. İskenderiye'nin alınışı sırasında İskenderiye kütüphanesi yanmıştır ama Bergama kütüphanesinden gönderilen 200.000 kitapla İskenderiye kütüphanesi tekrar oluşturulmuştur. Romalılar Museum daki bilim adamların maaşlarını devlet hazinesinden karşılamayı sürdürmüşlerdir. Ne var ki, zamanla ekonomik durumun kötüleşmesi eğitim kurumlarında etkileyecektir. Bu kurumlara en büyük darbeyi vuran Hrıstiyanlık olmuştur. Hrıstiyanlık ilk 300 yıl yasaklı olduğu için yer altında gelişmiştir. Bu dönemde Hrıstiyanlık çok hoş görülü ve bir eşitlik dinidir. Bu nedenlerle, geniş bir taraftar kitlesi bulabilmiştir. M.S. 300 gelindiğinde, Hristıyanlığın gelişmesinin önlenemeyeceğini anlayan Roma imparatoru I. Constantin 313 de Hristıyanlığın üzerindeki yasağı kaldırmış, Roma'dan ayrılarak, Roma imparatorluğunun başkentini İstanbul'a (Constantinople) taşımıştır. 380 lerde, Hristıyanlık Roma imparatorluğunun resmi dini olmuştur. Bu tarihten itibaren, Kilise yavaş-yavaş sosyal ve eğitim hayatına hakim olmaya, Hristıyan öğretisinin dışında hiç bir öğretiye hoş bakmaya başlamıştır. 390 de Kril (Cril) isimli bir papazın İskenderiye kütüphanesini ateşe vermesiyle başlayan girişim, Museum'da çalışan bilim insanlarına saldırılara dönüşmüş; 421 de Museum'da ders veren ve tarihin ilk kadın matematikçisi olarak bilinen Hypatia [Hypatia, tanınmış bir matematikçi olan İskenderiyeli Heron'un kızıdır] yobaz Hrıstiyanlar tarafından linç edilerek öldürülmüştür. Bu olaydan sonra Museum kapanmış ve 641 de Müslümanların Mısırı fethi sırasında da tamamen yanmıştır. Bu okulun kapanmasından sonra, Museum da çalışan bilim adamları kitaplarını alarak, Sasanilerin hakim oldukları güneydoğu Anadolu (Harran, Urfa) ve Mezopotamya içlerine, Cundişapur'a (şimdiki Beth-Lapat), göçmüşlerdir. 529 yılında da Bizans imparatoru Jüstinyen Atina' da ki Platon'un akademisini kapatmıştır. Bu tarih Yunan kültürünün hakim olduğu bir dönemin bitişi, karanlık çağın başlangıcıdır. Akademinin kapanmasından sonra orada çalışan bilim insanlarının bir kısmı da doğuya göçmüşlerdir. Bu göçler kitlesel göçler değildi; bugün olduğu gibi o gün de bilim insanları kitle oluşturacak kadar çok olmamışlardır. Bu göçlerin Haçlı seferlerine kadar zaman -zaman devam ettiği anlaşılmaktadır. Doğuya göçen bu bilim adamları, Yunan kültürüne aşina olan ortamlarda, özellikle Nestorien- Süryani toplumlarda daha uzun yıllar öğretilerini sürdürmeye, bilim meşalesini söndürmemeye çalışacaklardır. İslam biliminin temelinde bu insanların emeği, onların yaptıkları çeviriler vardır. Böylelikle bundan sonraki döneme, Müslümanların hakim olduğu döneme gelmiş bulunuyoruz.

3- 611 den, Hz. Muhammet'in peygamberliğini açıklamasından yüz yıl sonra, 711 're gelindiğinde, İslam imparatorluğu, doğuda Çin sınırına ve Hindistan içlerine, batıda, kuzey Afrika'dan ve Cebel-Tarık'tan geçerek, Pirene dağlarına dayanıyordu. Bu arada, İstanbul kuşatılmış (675-677), doğu ve güneydoğu Anadolu'nun bir kısmı fethedilmiş, Kıbrıs ve Sicilya alınmış, devasa bir imparatorluk oluşturulmuştu. Bu imparatorluk Şamdan, Emevi hanedanlığı tarafından yönetilmekteydi. Emevi'lerin Arap olanla olmayanlara farklı muameleleri orta Asya'da, Ebu Müslim Horasani'nin yönettiği büyük bir isyan çıkmasına neden oldu. Bu isyan Basra civarında başlayan Abbas oğullarının isyanıyla birleşerek Emevi hanedanlığına son verdi. Kıyımdan kurtulan Emevi'lerden Abdurahman Endülüs'te Emevi hanedanlığını daha bir süre devam ettirecektir. İslam dünyasına bilim, 750 den sonra, Abbasiler zamanında girmeye başladı. O tarihlerde, Basra bölgesinden yayılmaya başlayan ve İslam rasyonelsizimi olarak ta bilinen Mutezile (=ayrılanlar) tarikatı, bu tarikatın Vasıl bin Ata gibi o zamanki önderlerinin halife Mansur'a ve Şia imamlarına yakın olmaları, bu tarikatın devlet ve halk tarafından benimsenmesine neden oldu. Doğruların akıl ve rasyonel düşünceyle bulunacağını savunan bu akım, İslam dünyasına bilimin girmesinin düşünsel zeminini oluşturmuştur. Abbasiler Şam'ı başkent yapmayarak, Bağdat'ı kurup orasını kendilerine başkent yapmışlardır. Abbasi halifeleri Mansur, Harun Reşit ve El-Mamun, Bağdat'ta "Dar'ül Hikmet " (Aklın Evi) diye bilinen, İskenderiye'deki Museum benzeri bir medrese kurmuşlar, büyük bir çeviri faaliyetine girişmişlerdir. Yukarıda da belirtildiği gibi, ilk çeviriler, Yunan dil ve kültürüne vakıf bölgelerdeki, özellikle Cundişapur ve güneydoğu Anadolu'daki Süryani ve Mecusiler (Harranlı Tabit ibni Kurra ve çocukları gibi) tarafından yapılmıştır. Çeviriler sadece Yunanca'dan değil, Hindçe'den, Pehlevice'den, İbranice'den... de yapılmıştır. Böylelikle geniş bir kütüphane oluşturulacaktır. Bu çevirilerin çeşitli kaynaktan yapılmış olmasından da anlaşılacağı gibi, İslam matematiği Yunan geleneğinin bir devamı olmaktan çok, Yunan, Mezopotamya ve Hind matematiklerinin bir sentezidir. Sayı sistemleri, aritmetik, trigonometri ve cebir, daha çok Mezopotamya ve Hind geleneklerine; geometri ise Yunan geleneğine dayanır. Zamanımıza, 750-1450 yılları arasında yaşamış 50 kadar matematikçi-bilim adamının ismi ve çalışmaları gelmiştir. Unutmamak gerekir ki, o tarihlerde yaşamış olan bilim insanlarının çoğu, zamanın bütün bilimleriyle uğraşmış, ya da en azından 3-4 bilim dalında eser vermiş insanlardır. Bu 50 kadar matematikçiden sadece 4-5 tanesinin çalışmaları hakkında bilgi vereceğim. Bunun bize o dönem matematiği hakkında yeterli bir fikir verecektir sanırım.

İlk ele alacağımız matematikçi Muhammet ibni Musa al-Harazmi'dir (780-850). İsminden güney Özbekistan'da doğduğu anlaşılıyor. Hayatı ve nerelerde okuduğu hakkında güvenilir bir bilgi yoktur. 810 dan sonra Bağdat'ta Dar'ül Hikmet'in kütüphanecisi olarak çalışmaya başlamış ve 4 kitap yazmıştır. Bunlardan biri coğrafya, biri astronomi, biri aritmetik diğeri de bir cebir kitabıdır. Biz bu son ikisi hakkında biraz bilgi vereceğiz. Al-Harazmi'nin en ünlü kitabı " Al-Cebir ve Al-Mukabele" dır. Bu "indirgeme ve denkleme" manasına gelen başlık, daha sonraları "Cebir" (veya Algebra) olarak kısaltılacaktır. Bu kitapta Al-Harazmi ikinci dereceden bir polinomu katsayılarının işaretine göre 6 sınıfa ayırarak, sistematik olarak, her sınıf için, köklerin nasıl bulunacağını "algoritmik" bir yaklaşımla göstermektedir. Örnek olarak, bizim bu gün $x^2-10x-4=0$ olarak yazacağız bir polinomu $x^2=10x+4$ şeklinde yazmaktadır ve bu polinomun köklerini bulmak için adım -adım ne yapılması gerektiğini söylemektedir. Unutmamak gerekir ki o tarihlerde henüz negatif sayılar kullanılmıyor ve sayı uzunluk olarak düşünülmektedir. Müslümanlar, burada söz konusu olan dönemde (750-1450), bir istisna (Abu Waffa (940-998)) dışında, negatif sayıları hiç kullanmamışlardır. Al-Harazmi'nin, verilen bir polinomun kökünü bulmak için, izlemiş olduğu adım-adım bir yaklaşıma günümüzde "algoritmik" yaklaşım denmektedir; bu sözcük Al-Harazmi'nin ismi bozularak türetilmiştir. Al Harazmi, daha sonra, algoritmik olarak bulduğu kökü geometrik olarak da bularak yaptıklarını doğrulamaktadır. Son olarakta kitabında, bu yöntemin miras hesaplarına pratik uygulamalarını vermektedir. Bu kitap 1140 larda Latinciye çevrilmiş ve 1600 lere kadar batı okullarında kullanılmıştır. Bu eser, hakkında çok tartışma olan bir eserdir. Kimilerine göre, cebir'in esas babası Diofand'dır; Al-Harazmi'nin cebiri Mezopotamya matematiğinden daha ileri düzeyde değildir. Bu da büyük ölçüde doğrudur. Kimileri ise, bu eserin her şey ile orijinal olduğunu savunmakta. Açık olan bir şey varsa, o da bu eserden sonra, matematikte "cebir" diye bir ana bilim dalının ortaya çıkmasıdır. Önemli olan diğer bir husus da, algoritmik yaklaşım dediğimiz, bu kitabın yöntemidir. Al-Harazmi'nin diğer kitabı bir "Hesap" kitabıdır. Bu kitabın Arapçası günümüze ulaşmamıştır; var olan bir Latince çevirisidir. Bu kitapta, Al- Harazmi bugün kullandığımız Hind-Arap rakamları olarak bilinen (1,2,...,9, 0) rakamları tanıtmakta; onlarla sayıların nasıl yazıldığını, toplama, çarpma gibi işlemlerin nasıl yapıldığını anlatmaktadır. Burada sıfır bir " boşluk dolduran sembol" olarak kullanılmıştır, sayı olarak değil. Sayı olarak, sıfır ilk kez, 876 de Hindistan'da kullanılmıştır. Daha önce de kullanıldığı hakkında bilgiler vardır ama herkesin hem fikir olduğu tarih bu tarihtir. Negatif sayıların da Hindistan'da 620 lerde kullanıldığı bilinmekte ama az-çok yaygın olarak kullanılmaya başlanmaları 1600 ler den sonradır.

Çalışmalarına deyineceğimiz ikinci matematikçi Ömer Hayyam'dır (1048-1131). Nişabur da doğan Ömer Hayyam, 1073 den sonra, İsfahan'da kurulan rasathanede, Selçuk hükümdarı Melik Şahın "müneccim başı" olarak çalışmaya başlamış. Zamanımıza Rubailerinden başka bir cebir kitabı ve astronomiyle ilgili çalışmalarından da bazı kısımlar kalmıştır. Cebir kitabında, üçüncü dereceden polinomların bir sınıflandırmasını yaparak, konik kesitlerini kesiştirerek, bu polinomların köklerini geometrik olarak bulmaya çalışmıştır. Örnek olarak, $x^3+ax^2+bx+c=0$ polinomunun kökünü bulmak için $x^2=2dy$ alarak $2dxy+2ady+bx+c=0$ hiperbolünü elde eder. Bu hiperbol ile $y=x^2/2d$ parabolünun kesişme noktaları baştaki polinomun köklerini verecektir. Bu çalışmada önemli iki nokta, üçüncü dereceden bir polinomun birden çok kökünün olabileceğini anlamış olması ve kökleri bulmak için konik kesitlerini kullanması gerektiğini görmüş olmasıdır. Bu da Ömer Hayyam'ın Apolyonus'un konik kesitleri gibi zor bir konuya derinlemesine vakfı olduğunu göstermektedir. Ömer Hayyam astronom olarak, gözlem ve ölçümlere dayalı, bir takvim reformu yaparak, yeni bir takvim (Celali takvimi) hazırlamıştır. Bu gayeyle, Ömer Hayyam bir güneş yılının uzunluğunu 365.24219858156 gün olarak hesaplamıştır. Şimdi bilinen, bir yılın 365.242190 gün olduğu ve her 70-80 senede virgülden sonraki 6. rakamın değiştiğini burada belirtelim.

Çalışmaları hakkında bilgi vereceğimiz üçüncü matematikçi Şarafeddin al-Tusi (1135-1213) dır. İsminden, İran'ın Tus şehrinde doğduğu anlaşılmaktadır. Muhtemelen Meşed yada

Nişabur'da yetişmiştir. Şam, Halep, Musul ve Bağdat da matematik okutmuştur. Önemli bir cebir kitabının yazarıdır. Ş. Al-Tusi de, Ömer Hayyam gibi üçüncü dereceden polinomların köklerini bulmak için uğraşmıştır. Harazmi'nin izinden, Ş. Al-Tusi üçüncü dereceden denklemleri 25 sınıfa ayırarak, cebirsel yaklaşımla, onların köklerini bulmaya çalışmıştır. Bugünkü notasyonla, $x^3-ax=b$ gibi bir denklemin belli bir aralıkta çözümünün olabilmesi için, b nin x^3-ax in maksimumu ile minimumu arasında olması gerektiği anlayan Ş. Al-Tusi, bu ifadenin maksimumun bu ifadenin "türev" inin sıfır olduğu yerde araması gerektiğini anlamıştır. Kimi yazarlara göre bu türevin keşfidir. Ne yazık ki o zaman bu keşfin değeri anlaşılmamış, türevin farkına varılmamıştır. Matematiğin en önemli keşiflerinden olan türev, 1636 de Fermat tarafından tekrar keşfedilecek ve bu da, analitik geometri ile beraber, kalkülüsün doğumuna neden olacak ve matematikte bir devrim yaratacaktır.

Ele alacağımız 4. matematikçi, büyük Tusi, Nasireddin Al-Tusi'dir (1201-1274). O devir İslam dünyasının en büyük bilim adamlarından olan N. Al-Tusi, Tus ve Nişapur'da okumuştur. Mantık, Ahlak, Felsefe, Astronomi ve Matematik kitapları yazmıştır. Hayatının önemli bir kısmını, Hasan El-Sabahın örgütünün merkezlerinden biri olan, ve çok iyi bir kütüphanesi olduğu bilinen, Alamut kalesinde araştırma yaparak geçirmiştir. Bu kale 1256 da Hülagü han tarafından alındıktan sonra, Hülagü hanın müneccim başı olmuş, 1262 den sonrada Marageh'de (Güney Azerbaycan'da, Tebriz civarında) Hülagü hanın emriyle kurulan rasathanede araştırmalarını sürdürmüş ve bir ziç, Ziç-i-İlhani' yi hazırlamıştır. Ziçler, astronomik hesaplar için gerekli olan, sinüs cetvelleridir. N. Al-Tusi'nin astronomi ile ilgili çalışmaları, Batlamyüs'den sonra Copernicus'un çalışmalarına kadar, astronomi hakkında en önemli çalışmalardan biri olarak kabul edilir. Matematikle ilgili en önemli çalışması, düzlem ve küresel trigonometri ile ilgili çalışmalarıdır. Bu eserden sonra trigonometri, astronomi için bir araç olmaktan çıkıp, matematiğin bir ana dalı olmuştur. Bunun dışında, Yunanca'dan çeviri çok sayıda matematik kitaplarına izah ve yorumlar yazmış; bir sayının n inci kökünü bulmak için çalışmalar yapmıştır. Batılı matematikçi ve astronomiçilerin, eserlerinden en çok yararlandıkları islam dünyası bilim adamlarının başında N. Al-Tusi gelir.

Çalışmalarından bahsedeceğimiz bu dönemin son matematikçisi Cemşit Al-Kaşi' dır (1380-1429). Kaşan (Iran) da doğmuştur. Kaşan'da yetiştiği anlaşılan Al-Kaşi, 1420 den itibaren ölene kadar, Uluğ Bey ve Kadızade ile Semarkand' ta Uluğ Bey medresesinde ve rasathanesinde çalışmıştır. Timurleng'in torunu olan Uluğ Bey (1393-1449) iyi bir matematikçi, bilim aşığı bir hükümdardı. O tarihlerde Uluğ Bey' in medresesinde 60 civarında zamanın en iyi bilim adamları ders vermekte ve araştırma yapmaktadır; bu metrese, pozitif bilimlerin okutulduğu ve bilimsel bir saygınlığı olan İslam ülkelerindeki son metresedir. Al-Kaşi, Uluğ Bey'le beraber, N. Al-Tusi'nin ziçlerinden de yararlanarak, Ziç-i-Hakani olarak bilinen Uluğ Bey'in ziçlerini hazırlamıştır. Bu ziç'te 1 den 90 dereceye kadar olan açıların, birer dakika arayla, sinüsleri verilmiştir. Bu da 60x90=5400 giriş demektir. Her açının sinüsü, virgülden sonra 8. haneye kadar verilmiştir. Bu iş bugünün imkanlarıyla bile, kolayca yapılacak bir iş değildir. Ayrıca bu ziç, güneş, ay ve gezegenlerin konumu ve hareketleri hakkında detaylı bilgi ve gözlem tabloları içermektedir. Al-Kaşi muhteşem bir hesap yeteneği olan matematikçidir. Yarı çapı 1 olan bir daireyi $3x2^{28}$=805. 306. 368 kenarlı bir poligonun içine oturtarak, pi sayısının virgülden sonra 16 hanesini (10 ve 60 tabanlı sayı sistemlerinde) doğru olarak vermiştir. Bu rekor ancak 200 yıl sonra kırılabilecektir. Al-Kaşi, içeriğinin zenginli, ispatlarının açıklığı ile orta çağın en iyi kitaplarından biri olarak kabul edilen "Aritmetiğin Anahtarı" başlıklı bir kitabın da yazarıdır. Ondalık kesirlerle 4 işlemin nasıl yapılacağını açıklayan da Al-Kaşi'dir. Al-Kaşi'nin ölümünden sonra Uluğ Bey'e ziçlerini tamamlamasına ve gerekli izahların yazılmasına, Al-Kaşi ve Kadızade' nin öğrencisi olan, Ali Kuşçu yardım etmiştir. 1449 da Uluğ Bey'in, devlet işleriyle uğraşmıyor, hayırsız bilimle uğraşıyor diye öz oğlu ve akrabaları tarafından öldürülmesinden sonra, Uluğ Bey'in medrese ve rasathanesi de çökmüştür. Bu İslam dünyasındaki son önemli pozitif bilim merkezinin sönmesidir. Bu son ismi geçen kişiler İslam dünyasının matematikçi diyebileceğimiz son bilim adamlarıdır. 1450 den 1930-40 lar'a kadar İslam dünyasında orijinal bir çalışma yapmış ve matematikçi diye nitelendirebileceğimiz bir kişinin ismi bilim tarihinde geçmemektedir.

Bu bölümü Müslümanların matematiğe katkılarının bir değerlendirmesiyle bitireceğim. Müslümanların matematiğe katkılarını, bu konuda çok çelişkili yargıların olması nedeniyle, değerlendirmek çok zordur. Müslümanların matematiğe katkıları kimi yazarlar tarafından sıfırlanırken, kimi yazarlar tarafından da göklere çıkartılmaktadır. Kimi yazarlara göre Müslümanların matematiğe hiç bir katkısı olmamıştır; bütün yaptıkları bir buzdolabı görevi görmekten ibarettir. Yunanlıların pişirdiklerini, Avrupalılar onu yiyecek düzeye gelene kadar saklamışlar, günü geldiğinde de Avrupalılar onu alıp yemişlerdir. Kimilerine göre ise, Müslümanların matematiğe ve astronominin gelişmesine kapsamlı özgün katkıları olmuştur; bu gün batılı bilim adamlarının adını taşıyan bir çok teorem veya sonuç daha önce Müslümanlar tarafından bulunmuştur. Görülen o ki a) Müslümanlar sulayıp büyüttükleri ağaçların meyvelerini toplayamamışlar; ve b) Müslümanların bilime katkıları yeteri kadar araştırılıp değerlendirilmemiştir. Bu işi yapanların çoğunlukla yine batılı bilim tarihçilerin olduklarını unutmamak gerek. Kendi bildiğim kadarıyla, Müslüman matematikçilerin Küresel geometriye, cebire, sayılar teorisine, trigonometri ve astronomiye özgün katkıları olmuştur ve bu katkılar hiçte küçümsenecek ölçülerde değildir. Ayrıca, insanlığın ortak ürünü olan bilimin önemli bir halkası, eskiyle yeniyi bağlayan halkası, İslam bilimidir. Bu halka olmadan, bilimin bugünkü düzeye gelmesi herhalde mümkün olmayacaktı.

Bir sonraki bölüme geçmeden "İslam ülkelerinde bilim niye çöktü; batıya bilim nasıl girdi " soruları hakkında bir kaç şey söylemem gerekir. Bu sorular, tek bir kişinin yanıtlayabileceği sorular değildir; ancak geniş ve çok yönlü bir ekip bu sorulara tatmin edecek cevap verebilir. Şimdi söyleyeceklerim, başka biri için, İslam ülkelerinde bilimin çöküşünün en derin nedenleri olmayabilir. Bu konu çok tartışılan bir konudur, bildiginiz gibi. Şimdi söyleyeceklerim sadece kendi görüşlerimi yansıtmaktadır. a) Haçlı seferleri İslam dünyasında, bugün de kanayan, derin yaralar açmıştır. İlk haçlı seferleri sırasında yapılan büyük katliamlar ve yamyamlık olayları, bölge insanlarını derin bir ümitsizlik, çaresizliğe ve bunalıma sokmuştur. Niçin bu duruma düştüklerini sorgulayan insanlar, İslam'ın başında olduğu gibi din duygularının güçlendirilmesi, dini ve imanı için ölecek insanların yetiştirilmesi gerektiği kararına varmışlar. İmam Gazalinin görüşlerinin de etkisiyle, bu tarihlerde, 1100-1150 arası, İslam dünyasında akli bilimlerden nakli bilimlere bir dönüş olmuştur. Bu olayın üzerine, 1250 lerden itibaren başlayan Moğol istilası sonucu, eğitim kurumları ve kütüphanelerin en önemlilerinin yok oluşunun eklenmesi; benzeri durumun Endülüs'ün kademeli olarak Hrıstiyanların eline düşmesi sonucunda da olması, bu geçişi kolaylaştırmış, derinleştirmiştir ve geri dönülmesi neredeyse olanaksız bir noktaya getirmiştir. Ancak haçlı seferleri ve Moğol istilası gibi derin izler bırakan bir olay bu gidişi tersine çevirebilirdi; bu da 1918 de yaşanan son "haçlı" seferiyle yaşanmıştır. Atatürk'ün "Hayatta en hakiki mürşit ilimdir, fendir; bunun dışında mürşit aramak, gaflettedir, delalettir " sözü, nakli bilimlerden akli bilimlere dönüşü simgeler. b) Medreseler İslam dünyasında daha çok 1150 den sonra çoğalmaya başlamışlar ve "nakli bilim" (ya da "hayırlı bilim") eğitimi veren okullar olarak çoğalmışlardır. Osmanlı İmparatorluğuna Araplardan geçen bilim geleneği akli ilim değil, nakli bilim geleneğidir. c) Medreseler, vakıflara bağlı olmalarına rağmen, kurumsallaşıp, gelişmemiş; aksine her türlü yeniliğe karşı çıkan, yobaz üretim merkezi olmuşlardır. d) Din'i ve din'i ulemayı kendine ideolojik dayanak yapan yönetici sınıf, ulemayı imtiyazlı bir sınıf konumuna getirirken, pozitif bilimlerle uğraşanları ezmişlerdir. e) İmtiyazlı bir sınıf konumuna gelen, devlet ve halk nezdinde büyük bir saygınlığa erişen ulema sınıfı, pozitif bilimlerin yeşermesine, bu bilimlerle uğraşan insanların toplum içinde saygın bir konuma gelmelerine mani olmak için açık-gizle her türlü çabayı göstermişlerdir ve bunda da başarılı olmuşlardır. f) Dar bir ortamda yetişen, dünya görüşünden yoksun, ülke ekonomisiyle kendi ekonomisini karıştıran idareci sınıfları bilimle teknoloji arasındaki ilişkiyi hiç bir zaman anlamamış; ülkelerinin geri kaldığını ancak askeri yenilgilerden sonra anlayabilmişlerdir. Bu durumda, köklü reform yapmaları gerekirken, düzen bozulur korkusuyla, koyma suyla değirmen döndürmeye çalışmışlar, orduyu düzeltmek için bir-kaç yabancı uzman çağırmakla yetinmişlerdir. İslam ülkelerinde, özellikle Türkiye'de, nakli bilimlerden akli bilime dönüş, yukarıda 9. haçlı seferi olarak nitelediğim, bütün İslam ülkelerinin batının işgaline uğradığı, 1.ci dünya savaşından, özellikle1930 lar'dan sonradır. Bu ülkelerde, bilimsel gelişmeler ancak bu tarihten sonra, emekleye-emekleye de olsa, gelişmeye başlamıştır.

Batıya matematik nasıl girdi sorusuna gelince, bu üç yoldan olmuştur. a) Ortadoğu'da 4 krallık kurup, 200 yıla yakın bir süre Ortadoğu'da kalan haçlılar vasıtasıyla, b) Arap medreselerinde okuyan batılı öğrenciler vasıtasıyla; ve c) Endülüs'ten. Büyük kapının Endülüs olduğu gözükmektedir. Her ne kadar da Endülüs'te önemli matematikçiler yetişmemiş olsa da, Endülüs'te eğitimin yaygın; ortamın bilim için uygun olduğu, felsefe, kimya tıp, gibi bilim dallarda oldukça ileri olduğu bilinmektedir. Örneğin, 11. asırda Kordoba'da 400 bin kitablık merkez kütüphanesi, 17 medrese ve bir çok halk kütüphanesi bulunuyordu. Buralarda Hristıyan ve Musevi öğrenciler okuyabiliyordu. Toleodo İspanyolların eline geçtiğinde (1100), Toleodo piskoposu, büyük bir çeviri bürosu kurarak, çok sayıda bilimsel eseri, Arap metreselerinde yetişmiş olan Musevi çevirmenler vasıtasıyla, Arapçadan Latince'ye çevirtmiştir. 12. asra kadar Avrupa'daki okullar, din ağırlıklı skolastik eğitim verilen manastır veya katedral okullarıydı. 12. asrın ortalarından itibaren İtalya'da (Bolonya, Padova), öğrencilerin "universita" dedikleri dernek türü kurumlarda bir araya gelerek, eğitim için birleşmiş, böylelikle daha sonra üniversite olacak kurumların çekirdeklerini dikmişlerdir. Bu kurumlarda ders veren hocalar Arap metreslerinde okumuş batılı (İtalyan) gençlerdi. Daha sonra bu kurumlarda okuyan Avrupalı öğrenciler Almanya'da (Köln), Fransa'da (Sorbone) ve İngiltere'de (Oxford, Cambrigde) üniversitesi olacak olan eğitim kurumlarını kuracaklardır. Bu dönemde Kutsal Roma-Germen imparatoru olan 2. Frederik'in açık görüşlü, bilime değer veren bir insan oluşunun ve, 1200 lerin başında kurulmuş olan, Fransican tarikatının katkılarının da pozitif bilimlerin Avrupa'ya'ya girmesinde ve gelişmesinde etkili olmuş olduğunu belirtmek gerekir. 1200 ile 1500 ler arası Avrupalıların bilimsel kaynakları Arapça eserlerdi. Uğraştıkları sorular da bu kitaplarda Müslüman matematikçilerin uğraştığı sorulardı. Bunlar da, bazı geometri soruları, 3. dereceden polinomun köklerini bulma sorunu, sayılar teorisiyle ilgili sorulardır. 1450 lerden sonra, İstanbul' dan İtalya'ya giden kitaplardan, matematiğin Yunanca kaynaklarına inmeye, Yunanca kaynaklardan çeviri yapmaya başlıyacaklardır; 1600 lerden sonra Arapça kaynaklar büyük ölçüde terk edilecektir. Avrupa'da matematikte özgün gelişmeler 1500 lerden sonradır. Şimdi biraz bunlardan bahsetmemiz gerekiyor.

Batıya bugünkü kullandığımız Hind-Arap rakamları (1,2,...,9, 0) 1200 lerin başında Fibonacci'nin (Leonordo de Pisa, 1175-1250) yazdığı " Liber Abacci" isimli kitabıyla girmiştir. Bu kitapta Fibonacci, kendinden 400 yıl önce Harazmi'nin yaptığı gibi, bu rakamlarla sayıların nasıl yazılacağını, dört işlemin nasıl yapılacağını izah etmektedir. Bu rakamlar batıda günlük hayatta 16. asra kadar çok yaygın olarak kullanılmamış, zaman –zaman da yasaklanmıştır. Bu rakamların halk arsında yaygın olarak kullanılması Fransız devriminden sonra olmuştur. 1200 lerden 1500 lere kadar kayda değer özgün bir çalışma yoktur. 1500-1600 arası iki önemli çalışma a) Tartaglia'nın (1499-1557) bulduğu ama Cardano'nun (1501-1576) aşırarak yayımladığı üçüncü dereceden polinomların cebirsel olarak köklerinin bulunmasıdır. Kompleks sayılar ilk olarak 3. derecede polinomların kökünü veren formülde, o tarihlerde anlaşılmamış olsa da, ortaya çıkmıştır. Daha sonra Bombelli (1526-1572) cebir kitabında bazı tip kompleks sayılara yer verecek, onlarla nasıl işlem yapılacağını anlatacaktır. b) Diğer önemli çalışma ise, F. De Viete (1540-1603) in cebir kitabıdır. İlk olarak bu kitapta, cebir, sözel olmaktan çıkıp, sembolleşmeye başlamıştır. Viete'in kitabında sessiz harfler bilinen kantiteler, sesliler de bilinmeyenler için kullanılmıştır. Sabitler için a,b gibi alfabenin ilk harflerinin; bilinmeyenler için de x,y gibi alfabenin son harflerinin kullanılması Descartes'le başlayacaktır.

1600-1700 arası matematikte önemli gelişmelerin olduğu yıllardır. Bu asrın üç önemli gelişmesi şunlardır: a) Türevin bulunması. P. Fermat'nın (1601-1665), 1636 da, bir eğrinin maksimum, minimum ve tanjantını bulmak için verdiği çabalar, Ş. Al-Tusi'den 5 asır sonra, onu da türevin keşfine götürmüştür. Artık matematik dünyası, yavaş da olsa, bunu anlayacak kadar olgundur. b) Analitik geometrinin ve kartezyen koordinat sistemini ortaya çıkması. R. Descartes'ın (1596-1650) geometriyi cebirleştirme çabaları ve bir eğriyi bir reper sisteminde çizme isteği analitik geometrinin doğmasına ve, bugün Descartes 'a ithafen adlandırılan, "cartesien" koordinat sisteminin ortaya çıkmasına yol açacaktır. Ve c) türev ile entegral arasındaki, bugün "Kalkülüsün Temel Teoremi" dediğimiz, ilişkinin Newton (1643-1727) ve Leibniz (1646-1716) tarafından, birbirinden bağımsız olarak, bulunmasıdır. Böylelikle " Integral Calculus" doğacaktır. Bu da, o güne kadar kullanım alanı oldukça sınırlı olan matematiğin önünü açacak ve matematiği evrensel bir bilim konumuna getirecektir. Ayrıca, kalkülüsle beraber bilimsel fizik ve mühendislik bilimleri de doğacaktır. Türevden önce, differensiel denklem, dolaysıyla bilimsel fizik yoktu. Bir differensiyel denklem, fiziki bir olayın metematiki ifadesindir. Bu çalışmalar ve astronomideki gelişmeler matematiği başka bir düzeye, yeni bir döneme taşıyacaktır.

4- Dördüncü Dönem, 1700- 1900 yılları arasını kapsayan ve matematiğin altın çağı olarak bilinen, klasik matematik dönemidir. 18. asırda matematiğe en önemli katkıları yapan bilim adamlarının başında Euler, Laplace, Lagrange ve D'Alembert'i sayabiliriz. Leonhard Euler (1707-1783) İsviç'rede, Basel de doğmuş, meslek hayatının tamamı Petersbourg ve Berlin'de geçmiştir. Tarihin en üretken bilim adamıdır. Kalkülüsün ortaya çıkardığı olanakları sayılar teorisinden, differensiyel denklemlere; differensiyel denklemlerden, mühendislik problemlerine ...uygulayan Euler 30.000 sayfadan fazla bilimsel eser üretmiştir. Öldükten 50 sene sonra dahi, birikmiş makalelerinin yayını sürmüştür. Euler'le matematik evrensel boyutlara erişmiştir. Bugün bile matematikçilerin yaptığı işlerin bir çoğunun temel fikri veya başlangıcı Euler'in çalışmalarıdır. Euler'le Analiz yeni bir bilim dalı olarak temeyyüz etmiştir; bu dalın büyük babaları Eudoxus ve Arşimed ise, babası Euler'dir. Laplace (1749-1827) Fransa'da, Normandia' da doğmuştur. Gök ve yer mekaniği hakkında yazdığı 11 ciltlik eseri, bütün zamanlarda mekanik hakkında yazılmış en kapsamlı eserlerinden biridir. "Theorie Analytique des Probabilites" başlıklı kitabı olasılık teorisinin ilk önemli eseridir. Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) İtalya'da Turin'da doğmuş, meslek hayatının büyük bölümünü Berlin ve Paris'te geçirmiştir. İtalya'da doğmasına rağmen Fransız matematikçisi olarak bilinir. Lagrange cebirsel denklemlerin çözülebilirliği, mekanik, differensiyel denklemler ve varyasyon hesabına önemli katkılar yapmış, fikirleri ve yöntemleri bugün de kullanılan bir bilim adamıdır. Jean Le Rond D'Alembert (1717-1783) Paris'te doğmuş, Fransa'da yaşamıştır. D'Alembert kısmi differensiyel denklemleri ilk inceleyen bilim adamlarından biridir. Kısmi differensiyel denklemler ve akışkanlar mekaniği ilgili çalışmaları ve felsefi yazıları dışında, Diderot ile beraber editörlüğünü yaptığı ünlü 28 ciltlik "Encyclopedie" nin matematik maddelerinin hemen -hemen tümünü D'Alembert yazmıştır. Bu eser aydınlamanın temel eserlerinden biridir.

Bu yüzyılın matematiği çeşitli, kapsamlı ve fikir yönünden zengindir. En önemli zaafları, kesinlik (rigor) eksikliği; yapılan işlerin, günümüzün standartlarına göre, yarım-yamalak, kusurlu ve eksik oluşudur. Matematiğin o zamanda erişmiş olduğu düzeyde başka türlü olabilir miydi, bilmiyorum.

1800-1900 Arası. 19. asır çok sayıda, matematiğe önemli katkıları olmuş, bilim adamın yaşadığı bir asırdır. Bunların her birini teker -teker ele alıp, onların neler yaptığını anlatmak, bu konuşma çerçevesinde mümkün değildir; ayrıca, buna bilgim de yetmez. Bunun yerine, bu asırda matematik nereden nereye geldi sorusuna cevap vermeye çalışacağım. 1800 lerin başında matematik derin bir kriz içindeydi. Bunun nedeni, Fermat (1636) dan beri türevin tanımında, ve türevin işe karıştığı bir çok yerde, sonsuz küçük (infinitesimal) kavramının kullanılması ve matematikçilerin bunu çok tutarsız bir şekilde kullanmalarıydı. Bu tarihlerde henüz limit kavramının olmadığını ve türevin limit vasıtasıyla değil, “sonsuz küçük” kavramı kullanılarak tanımlandığını burada belirtmem gerekir. Bu tutarsızlık çok eleştirilmiş, özellikle de düşünür-din adamı G. Berkley (1685-1753) nin matematikçilerin tutarsızlığını ortaya koyduğu 40 sayfalık bir eleştiri kitabı derin etki yapmış, bir çok matematikçinin meslek değiştirmesine ve matematiğe karşı tavır almalarına neden olmuştur. 1800 başında, fonksiyon kavramının, son yüz yıldır kullanıla gelmesine karşın, henüz doğru-dölek tanımlanmamış olması ve matematikçilerin fonksiyonu aynı şekilde anlamamaları da başka bir anlaşmazlığın ve karmaşanın nedeniydi. 1800 lerin başında süreklilik ve fonksiyon serilerinin yakınsaklığı doğru-dölek anlaşılmamıştı; henüz düzgün süreklilik ve düzgün yakınsaklık kavramları ortada yoktu. Entegral kavramı türev kavramının tersi olarak görülüyordu; türevden bağımsız bir entegral ve entegrallenebilirlik kavramı yoktu. 1800 lerin başında, bugün matematiğin en önemli teorilerinden biri olan, kompleks fonksiyonlar teorisi henüz yoktu. Antik Yunan çağından kalma ve çok uğraşılan beş sorudan **(**Bunların ilk dördü, geometrik çizim yaparak, 1) bir açıyı üç eşit parçaya bölmek. 2) Alanı verilen bir dairenin alanına eşit alanı olan bir kare bulmak. 3) Hacmi verilen bir küpün hacminin iki katına eşit hacmi olan bir küp bulmak; ve 4) bir dairenin içine, p sayısı asal olmak kaydı ile, hangi p ler için düzgün p-genler çizilebileceğini bulmak idi. 5. Soru, Öklid geometrisinin beşinci postulatı olan, “bir doğruya onun dışından bir ve yalnız bir paralel çizilebilir “ postulatının diğer dördünün sonucu olarak elde edilip-edilemeyeceği idi**)** hiç biri, 4 cü soru dışında ki o da Gauss tarafından daha yeni çözülmüştü, çözülememişti. Cebirde, 5 ci dereceden polinomların köklerinin cebirsel (köklü ifadelerle) çözülüp-çözülemeyeceği henüz bilinmiyordu. Cebir’in grup, halka, cisim, vektör uzayı gibi hiçbir yapısı henüz ortaya çıkmamıştı. Matris ve vectör kavramları henüz yoktu (2 li ve 3 lü determinantlar 1680 lerden beri biliniyor). Matematiksel fiziğin ana teoremleri henüz ortada yoktu; differensiyel geometri, topoloji gibi konular henüz doğmamıştı. 1800 lerin başında matematiğin durumu kısaca bu idi. 1820 lerde, A. Cauchy (1789-1855) limit kavramını, bugünkü kullandığımız şekliyle, tanımlayıp, türevi, sürekliliği ve, sürekli fonksiyonlar için, entegrali, limit kavramı yardımıyla tanımlaması, analizi, sonsuz küçük kavramından kaynaklanan krizden kurtarmış ve daha sağlam temeller üzerine oturtulmasını sağlamıştır. Cauchy’nin çalışmaları sonucu, kompleks fonksiyonlar teorisi doğmuş ve, Cauchy, B. Riemann (1820-1866) ve K. Weierstrass (1815-1884) gibi asrın büyük matematikçilerinin çalışmalarıyla, matematiğin en temel teorilerinden birine dönüşmüştür. G. Dirichlet’nin (1805-1859) 1830 larda fonksiyon kavramını bugün anladığımız manada tanımlaması matematiği başka bir kargaşadan kurtarmıştır. Bu da özellikle Fourier serileri hakkında tartışmaları sona erdirecek, Fourier serileri ile ilgili çalışmaları tekrar başlatacaktır. Fourier serileri Analizin gelişmesinde en önemli rolü oynayan, bir bakıma modern matematiğin doğuşuna neden olan, gerek uygulamaları ve gerekse de matematikteki merkezi konumu açısından, matematiğin en önemli konularından biridir. Weierstrass ve öğrencilerinin çalışmaları sayesinde, 1850 lerden sonra, düzgün süreklilik, düzgün yakınsaklık gibi analizin vazgeçilmez kavramları ortaya çıkacak, fonksiyon serilerinin yakınsaklığı daha iyi anlaşılacaktır. F. Gauss’un (1777-1855) “ Cebir’in Temel Teoremi, ya da D’Alembert Teoremi” olarak bilinen teoremi ispatlaması bu asrın başka bir önemli olayıdır. Bu teorem bugün cisimler teorisinden spektral analize kadar bir çok teorinin temelinde olan bir teoremdir. Bütün zamanların en derin, en büyük bilim adamlarından biri olarak kabul edilen Gauss’un, sayılar teorisi, differensiel geometri, matematiksel fizik ve astronomiye katkıları bu asrın en önemli çalışmaları arasındadır. Bu asrın ve bütün zamanların en önemli matematikçilerinden biri olan Riemann kısa yaşamında, daha sonra her biri büyük bir teori olacak bir düzine konuyu başlatmış ya da onlara derin katkılar yapmış, matematiğe kavramsal bir bakış ve yaklaşım getirmiştir. Bunlardan bir kaçı:Riemann entegrali ve entegrallenebilirlik kavramı, Riemann yüzeyleri, Riemann geometrisi, differensiyel geometri, sayılar teorisi (Riemann hipotezi), kompleks analiz (Riemann yüzeyleri, Cauchy-Riemann denklemleri), cebirsel geometri, matematiksel fizik ve, daha sonraları topoloji ismini alacak olan, analysis situs tür. Yine bu asırda, yukarıda sözü edilen, antik Yunan çağından kalma 5 sorunun beşi de çözülmüştür. 1. ve 3. soruların mümkün olmadığı bir Fransız matematikçisi olan Wentzel tarafından 1837 de ispatlandı. 2. sorunun mümkün olmadığı, Lindemann’ın 1882 de pi sayısının tranzantal bir sayı olduğunun ispatından sonra anlaşıldı. 4. soru, yukarıda da söylendiği gibi Gauss tarafından 1796 da (p=17) için ve 1801 de de diğer p ler için tam olarak çözüldü. Cevap şudur: p bir asal sayı olsun. Verilen bir dairenin içine bir düzgün p-genin çizilebilmesi için gerek ve yeter koşul p nin p=2^n+1 ve n=2^k şeklinde olmasıdır. (k=0 için, p=3 dür; k=1 için p=5, ve k=2 için p=17 dir). Bir dairenin içine düzgün bir beşgenin çizilebileceğini Öklid biliyordu; 7-gen çizilemeyeceğini Arşimed biliyordu. Arşimed'den 1800 yılları arasında geçen 2000 yılda bu soruda hiçbir ilerleme sağlanmamıştı; bu sorunun çözümü için Gauss'un dehası gerekiyordu. Öklid' in 5. postulatına gelince, bu sorunun çözümü için insanların, "mantıki tutarlılık" ile "fiziki olurluluğun" aynı şey olmadığını anlamaları gerekiyordu. 5. postalatın yerine onun zıtları olan postulatlar koyarak, Öklid geometrisi kadar tutarlı, iki yeni geometri oluşturulabileceği Lobachevki (1792-1856), Bolyai (1802-1860), ve Riemann tarafından gösterildi. Cebir cephesine gelince, genç yaşta bu dünyadan ayrılan iki matematikçi, H. Abel (1802-1829) ve E. Galois (1811-1832) nın 5. dereceden polinomların cebirsel yöntemlerle köklerinin bulunup-bulunamayacağı konusunda çalışmaları sonucu grup teorisi doğdu. Kummer (1810-1893) ve öğrencilerinin Fermat'nın büyük teoremiyle ispatlamak için verdikleri uğraşı sonucu halka teorisi ve idealler teorisi; R. Dedekind (1831-1916) gerçel sayıların soyut bir tanımını vermek için yaptığı çalışmalar sonucu, cisim teorisi; Cayley (1821-1895) ve Sylvesterin (1814-1897) çok sayıda doğrusal denklemi tek bir denklem olarak göstermek ve çözmek için yaptıkları çalışmalar sonucu matris cebiri; ve Grassman (1809-1877) nın üç boyuttan çok boyuta geçme çabaları sonucunda da vectör uzayları doğdu. Bu kavramlar matematiğe " stuructualist" yaklaşımı ve bakış açısını getirecektir.

Bu dönemi, 1700-1900 arasını, matematikte büyük ilerlemelerin olduğu, çok sayıda yeni teorinin doğduğu, yapısal değişikliklerin olduğu, ispatlarda kesinliğin ön plana çıktığı, kavramsal bakış açısının hesapsal yaklaşımın önüne geçtiği bir dönem, matematiğin altın çağı, olarak özetleyebiliriz.

Altın çağ bir krizle kapandı. Bu kriz yeni bir çağın doğum sancılarıydı. Bu çağ modern matematik çağıdır. Bundan sonraki kısımda, bu krizin nedenleri ne idi; modern matematik nedir, nasıl doğdu, ne yönde gelişti; bunları anlatmaya çalışacağım.

5-Kümeler teorisinin, dolaysıyla, modern matematiğin, babası Georg Cantor (1845-1918) dır. G. Cantor Berlin üniversitesinde, Kummer'in ögrencisi olarak sayılar teorisinde tezini bitirdikten sonra, 1869 dan itibaren meslek hayatının sonuna kadar çalışacağı Halle üniversitesinde işe başlamıştır. Halle üniversitesinde çalışmaya başladığı yıllarda, o üniversitenin hocalarından, E. Heine'nın Cantor'a sorduğu bir soru Cantor'un yaşamını, matematiğin de seyrini değiştirecekti. Bu soru şu idi: Bir periodluk bir aralıkta, toplamı sıfır olan bir trigonometrik serinin katsayılarının hepsi sıfır mıdır? Cantor bu soruyla uğraşırken gerçel sayıların o güne kadar fark edilmeyen bir özelliğinin farkına varır. Bu da rasyonel sayılarla irrasyonel sayıların aynı çoklukta olmadığıdır. Başka bir ifadeyle, rasyonel sayıların kümesiyle irrasyonel sayıların kümesi arasında, her iki kümenin de sonsuz olmasına karşın, bire-bir bir dönüşüm yoktur. O halde bu iki kümenin sonsuzlukları aynı değildir. Böylelikle ortaya küme kavramı ve kümelerin, içerdikleri eleman çokluğu açısından, sınıflandırılması sorunu çıktı. Bu son kavram "sonsuzun" tek değil, çok olduğunu söylemektedir; bu da çok tepki çekecekti. Tarih boyunca, Elea' lı Zeno'dan başlayarak, günümüze kadar, "sonsuz" insanları rahatsız etmiştir. Aristo'dan Cantor'a kadar geçen zaman diliminde "sonsuz" anlayışı, temelde Aristo'nun görüşü olan, şu anlayıştır: Sonsuz, ufuk çizgisi gibi, var olmayan ama konuşma kolaylığı sağladığı için kullandığımız bir kavramdır. Bu kavramı "sınırsızlık" kavramı yerine kullanırız; bir şey, çoğalarak ya da büyüyerek, önceden belirleyeceğimiz bir çokluğun ya da büyüklüğün ötesine geçme potansiyeline sahipse, o şeye sonsuza gidiyor deriz. Başka bir deyimle, Aristo'nun sonsuz anlayışı "potansiyel sonsuz" anlayışıdır. Cantor'a göre ise "sonsuz" tek başına manalı bir söz değildir; manalı olan "sonsuz küme" kavramıdır; sonsuz kümeler ise var olan nesnelerdir. Burada "sonsuz küme" deyimi, büyükanne gibi, bölünmez bir terim olarak anlaşılmalıdır. O halde önce kümeler sonlu-sonsuz diye ikiye ayrılacak; sonra da sonsuz kümeler, kendi aralarında, sonsuzluklarına göre, çeşitli sınıflara ayrılacaktır. Böylelikle ortaya sayısız “sonsuz küme” sınıfları çıkacaktır. Bu da çok çeşitli “sonsuzluğun “ olduğu manasına gelmektedir. Cantor’un bu sonsuz anlayışı, Kronecker ve Poincaré gibi bir çok ünlü matematikçi tarafından tepki ile karşılandı. Bunun sonucu olarak ta, matematikçiler, “sonsuzu” Cantor gibi anlayanlar ve Aristo gibi anlayanlar olmak üzere, iki guruba ayrıldılar. Küme kavramının, aksiyomatik olarak tanımlanmaksızın, Cantor’un yaptığı gibi, sözlük manasında kullanılması, kümeler teorisini de çıkmaza soktu; “bütün kümelerin kümesi bir küme midir” gibi yeni paradoksları ortaya çıkardı. Bu da matematikçileri, kümeler teorisinden vazgeçilip-vazgeçilmemesi konusunda, ikinci bir kez böldü. Üçüncü bir sorun da, bir matematiksel ispatın ne olduğu, geçerliliği, meşruluğu sorunuydu. Matematikte deney ya da gözlem olmadığı için, tartışma konusu olan bir ispat, teori veya teorem hakkında son sözü deneye, ya da gözleme bırakma olanağı yoktur. Bir matematikçi “ öyle bir x vardır ki...” dediği zaman var olduğunu iddia ettiği şeyi somut olarak ortaya koymak, en azından nasıl inşa edilebileceğini göstermek zorunda mıdır; yoksa, bir din adamının dini ilkelere dayanarak şeytanın varlığını ispatladığı gibi, bir matematikçinin de, aradığı şeyin nasıl elde edileceğini göstermeksizin, o şeyin var olduğunu, bir takım ilkelere dayanarak, ispatlaması yeterli midir? Bu üç sorunla ilgili farklı görüş ve anlayışlar matematikçileri derin tartışmalara, çeşitli ekollere bölünmelere; matematiği de bir krize itti. Bu “ Matematiğin Temelleri Krizi” denen krizdir. Matematiğin artık eskisi gibi kendi gelenek-göreneklerine göre yapılamayacağını anlayan matematikçiler, bu krizden çıkmak için matematiğin bir “anayasal” temele oturtulması gerektiğini anlayarak, küme kavramını aksiyomatik olarak tanımlayıp, matematiği aksiyomatik kümeler temeli üzerine inşaa etmeye çalıştılar; gerektiğinde kümeler teorisinin aksiyomlarına “seçim aksiyomu” gibi aksiyomlar da ilave edilecektir. Böylelikle “modern matematik” doğdu. Kısa bir tanım vermek gerekirse, “modern matematik” klasik matematiğin anayasal bir tabana oturtulmuş şeklidir, diye tanımlayabiliriz. Artık bu yasal çerçevede neyin meşru, neyin meşru olmadığı tartışılabilecektir. Bundan sonra matematiğin, aritmetik, geometri, ... gibi çeşitli kısımlarının aksiyomatik bir temele oturtulma girişimleri başladı. D. Hilbert’in (1862-1943) rüyası, matematiğin bütününü, hiç olmazsa, aritmetik, geometri gibi her bölümünü öyle aksiyomatik bir temele oturtmaktı ki, o bölümün her önermesi, o bölümün aksiyomlarından hareketle, olumlu ya da olumsuz bir yönde, karara bağlanabilsin idi. 20. asır matematiğinin en önemli teoremi; derinlik ve önem açısından, Einstein’nın görecelik ve Heisenberg’in belirsizlik ilkeleriyle aynı düzeyde olduğu kabul edilen, K. Gödel (1906-1978) in “eksiklik” (Gödel’s Incompleteness Theorem; burada yorumlandığı manada, “kararsızlık” teoremi demek daha doğru olur kanısındayım) teoremi Hilbert’in bu rüyasının bir rüya olarak kalmaya mahkum olduğunu gösterdi. Bu teoremi somut bir örnek üzerinde izah edemeye çalışacağım. Matematiğin bütününü dünya ülkeleri; aritmetik gibi bir kısmını da Türkiye gibi bir ülke olarak düşünelim. Gayemiz Türkiye’ ye bir anayasa yapmaktır. Bu anayasanın şu üç temel ilkeye uygun olmasını beklemekteyiz. Bunlar a) Tutarlılık İlkesi: Anayasanın bir maddesi geri kalanlarıyla çelişmemeli. b) Bağımsızlık İlkesi: Anayasanın her maddesi geri kalan maddelerden bağımsız olmalı, onların sonucu olarak elde edilememeli. c) Tamlık İlkesi: Anayasa, meclisten geçen her yasanın, anayasanın hükmü altına girecek kadar kapsamlı, tam olmalı; dolaysıyla anayasa mahkemesine götürülen her hangi bir yasa hakkında anayasa mahkemesi “görevsizlik kararı” verememeli. Bu ilkelerin dışında, meclisin çıkaracağı yasa sayısında da her hangi bir sınırlama olmadığını kabul ediyoruz. Bu ilkeler biz ölümlülerce makul ve her anayasın sağlaması gereken ilkeler olarak görülebilir. Gödel hiç de böyle düşünmüyor; Gödel’e göre, bu ilkeleri sağlayan bir anayasa yapmak mümkün değildir. Yapacağımız anayasalar ya tutarsız; ya da tam olmayacaklardır. Başka bir ifadeyle, ilk iki ilkeye uyan hangi anayasayı kabul edersek edelim, meclise öyle bir yasa önerisi verebilirim ki, bu öneri yasalaştığı ve muhalefet de onu anayasa mahkemesine götürdüğü zaman, anayasa mahkemesi bu yasanın anayasaya uygun olduğunu da söyleyemez, uygun olmadığını da söyleyemez. Bu da yaptığımız anayasanın tam olmadığını manasına gelmektedir. Burada anayasa mahkemesinin “ülke çıkarı” ya da başka siyasi mülahazaları göz önüne almadan, önüne getirilen yasa maddesini salt mantık açısından yargıladığını kabul ediyoruz. Matematiğe dönecek olursak, Gödel’in teoremi, matematiğin aritmetik gibi bir bölümünü nasıl bir aksiyom sistemi üzerine oturtursak oturtalım, aksiyom sistemimizin tutarlı olması koşuluyla, tamlık ilkesini sağlayacak şekilde o bölümü aksiyomatikleştirmemiz mümkün değildir, diyor. Başka bir ifade ile, aksiyomlarımızın dışına çıkmadan, aksiyomlarımız tutarlı iseler, doğruluğunu da, yanlışlığını da ispatlayamayacağımız bir önerme üretmek her zaman mümkündür. Buradaki temel sorun "doğru" ile "ispatlanabilir" kavramlarının eşdeğer kavramlar olmamasıdır. Klasik mantığın temel ilkelerinden biri şöyle der: Bir önerme ya doğrudur ya da yanlış; aynı zamanda doğru ve yanlış, ya da başka bir şey olamaz. Gödel'den önce, verilen her önermenin, bu gün beceremesek bile, eninde-sonunda doğruluğunun ya da yanlışlığının ispatlanacağı yönünde derin bir inanç vardı. Gödel'in teoremi bu inancı yıktı. Gödel'in bu teoremi çeşitli şekillerde yorumlandı. Bu yorumlardan biri: Hiç bir makine hiç bir zaman insan aklının yerini alamayacaktır; insan her zaman beklenmedik ve öngörülmedik bir düşünce, bir soru üretebilir; makine ise (uyması gereken "aksiyomlar" gereği) sadece beklenen ve öngörüleni üretir.

20. asırda da, 19. asırda olduğu gibi, çok sayıda yeni teoriler ortaya çıktı. Bunlardan bir kaçı: Metrik uzaylar (1902), topoljik uzaylar (1914), fonksiyonel analiz (1924), Banach cebirleri (1940), distribüsyon teorisi (1950), operatörler teorisi (1930), Felaket (Catastrophe) teorisi (1950)....Bunların detayına girmem mümkün değil. Bu asrın matematiğinin temel özellikleri: Hiçbir asırda olmadığı kadar soyut olması; kavramsal ve yapısal olmasıdır. Matematikte çalışan insan sayısı ve yapılan üretim hiçbir asırda 20. asırdaki kadar yüksek olmamıştır. Üretimin çokluğu, çeşitliliği, kullanılan dilin konuya öze oluşu, matematiğin bütünü hakkında bir bilgi sahip olmayı imkansız kılmaktadır. Başlarken söylediğim bir sözle, bugünkü matematik hakkında bilgimiz, körün dokunduğu fil hakkındaki bilgisinden daha fazla değildir. Benim ki hiç değildir.

Prof. Dr. Ali Ülger

Koç Üniversitesi