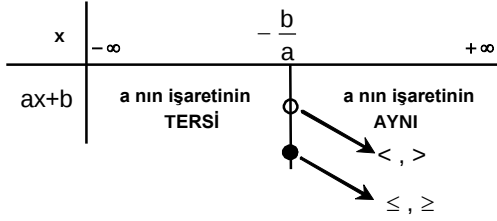


II. Dereceden Eşitsizlikler

EŞİTSİZLİKLER

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikler

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere;
 $ax + b > 0$, $ax + b \geq 0$, $ax + b < 0$, $ax + b \leq 0$,
 biçimindeki ifadeler **I. dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler** denir.
 $ax + b = 0 \rightarrow x = -\frac{b}{a}$ olur.



(a , b): Açık aralık; [a , b]: Kapalı aralık

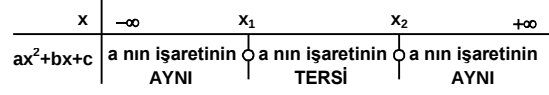
İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikler

$a, b, c \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere,
 $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$,
 $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c \leq 0$

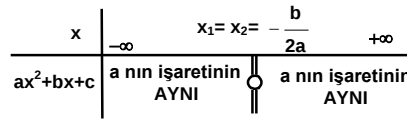
biçimindeki ifadeler **II.dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler** denir.

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 iken,

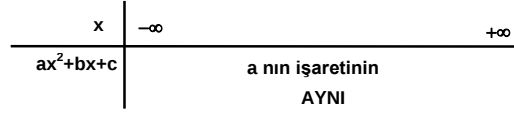
i. $\Delta > 0$ olsun. İki gerçel kök vardır.



ii. $\Delta = 0$ olsun. Çakışık (eşit) iki kök vardır.



iii. $\Delta < 0$ olsun. Gerçel kök yoktur.



Çarpım ve Bölüm biçimindeki eşitsizlikler

$B(x) \neq 0$ olmak üzere,

$\frac{A(x) \cdot C(x)}{B(x)}$ veya $A(x) \cdot B(x)$ gibi bölüm ve çarpım

şeklindeki eşitsizliklerin çözümünde,

i. Eşitsizliği oluşturan çarpan veya bölenlerin kökleri bulunur. Büyüklük sırasına göre tabloya sıralanır.

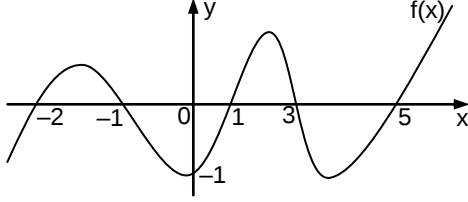
ii. Eşitsizliğin durumuna göre, tek sayıdaki köklere **tek kat**, çift sayıdaki köklere ise, **çift kat** kök denir.

iii. Çarpım ve bölümdeki **en büyük** dereceli terimlerin işaretleri çarpılır, bölünür ortaya çıkan işaret tablonun **en sağına**($+\infty$ tarafına) yazılır.

iv. Tek katlı köklerde işaret **değiştirilirken**, çift katlı köklerde işaret **değiştirilmez**.

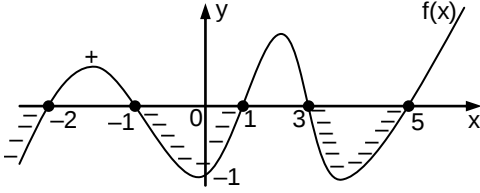
II. Dereceden Eşitsizlikler

Örnek: 37

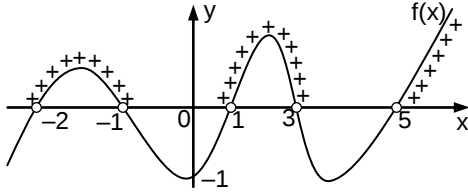


Yukarıdaki grafiğe göre aşağıdaki ifadelerin çözüm kümesini bulunuz.

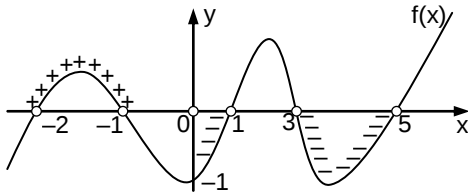
- i. $f(x) \leq 0$ ii. $f(x) > 0$ iii. $x \cdot f(x) < 0$



- i. $f(x) \leq 0 \rightarrow \text{Ç.K} = (-\infty, -2] \cup [-1, 1] \cup [3, 5]$

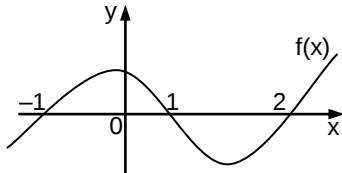


- ii. $f(x) > 0 \rightarrow \text{Ç.K} = (-2, -1) \cup (1, 3) \cup (5, \infty)$



- iii. $x \cdot f(x) < 0 \rightarrow \text{Ç.K} = (-2, -1) \cup (0, 1) \cup (3, 5)$
(+, - veya -, +) (ii. veya iv. bölge)

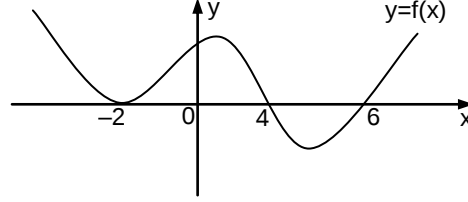
Örnek: 38



Yukarıdaki grafiğe göre aşağıdaki ifadelerin çözüm kümesini bulunuz.

- i. $(x^3 - x) \cdot f(x) \leq 0$ ii. $(x - 1) \cdot f(x) > 0$
i. $\text{Ç.K} = [0, 2] \cup \{-1\}$ ii. $\text{Ç.K} = (-\infty, -1) \cup (2, \infty)$

Örnek: 39



Yukarıdaki grafiğe göre,

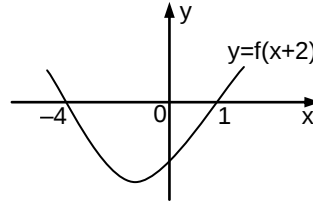
$$\frac{(x^2 - 2x + 1)^2 \cdot f(x)}{(x - 4)^3 \cdot (x + 2)^5} < 0$$

eşitsizliğini sağlayan kaç tam sayı olduğunu bulunuz.

Ç.K = $(-2, 6) - \{1, 4\}$ old. 5 tane

x	$-\infty$	-2	4	6	$+\infty$
$x - 4$	-	-	0	+	+
$x + 2$	-	0	+	+	+
$f(x)$	+	0	+	0	+

Örnek: 40

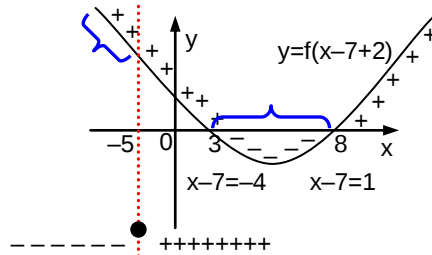


Yukarıdaki grafiğe göre,

$$(x + 5)^3 \cdot f(x - 5) \leq 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

Ç.K = $(-\infty, -5] \cup [3, 8]$



II. Dereceden Eşitsizlikler

$ax^2 + bx + c$ Denkleminin Köklerinin İşaretinin İncelenmesi

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde, $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ve x_1, x_2 denklemin kökleri olmak üzere,

($x_1 < x_2$ olsun)

a. $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} < 0$ ise, $x_1 < 0 < x_2$ dir.

(Kökler **ters (zıt)** işaretlidir. $x_1 = -$ ve $x_2 = +$)

i. $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} > 0$ ise, $|x_2| > |x_1|$ dir.

(Mutlak değerce büyük olan kök **pozitif**dir.)

ii. $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} < 0$ ise, $|x_1| > |x_2|$ dir.

(Mutlak değerce büyük olan kök **negatif**dir.)

iii. $x_1 + x_2 = 0$ ise, $|x_1| = |x_2|$ dir.

(Kökler **simetrik**dir.)

b. $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} > 0$ ise kökler **aynı** işaretlidir.

i. $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} > 0$ ise, $0 < x_1 < x_2$ dir.

(Kökler **pozitif**dir.)

ii. $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} < 0$ ise, $x_1 < x_2 < 0$ dir.

(Kökler **negatif**dir.)

c. $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 0$ ise, köklerden biri **sıfır**dır.

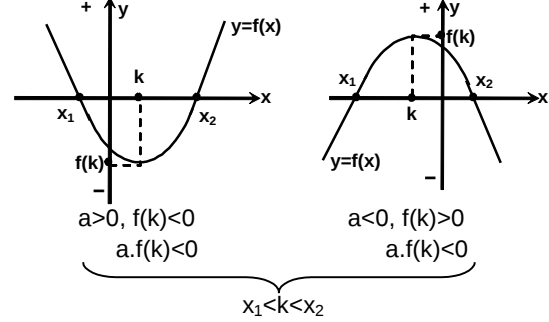
i. $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} > 0$ ise, $x_1 = 0, x_2 > 0$ dir.

ii. $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} < 0$ ise, $x_1 < 0, x_2 = 0$ dir.

Bir "k" reel sayısının $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri (x_1 ve x_2) ile karşılaştırılması

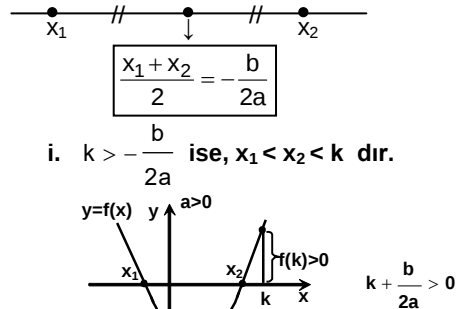
$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde,
 $\Delta > 0$ ve kökleri x_1 ve x_2 olsun.

a. $a \cdot f(k) < 0$ ise, $x_1 < k < x_2$ olur.



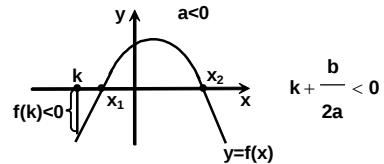
$a \cdot f(k) < 0$ ise $\Delta > 0$ olmak zorundadır.

b. $a \cdot f(k) > 0$ ise, k kökler dışındadır.



i. $k > -\frac{b}{2a}$ ise, $x_1 < x_2 < k$ dir.

ii. $k < -\frac{b}{2a}$ ise, $k < x_1 < x_2$ dir.



c. $a \cdot f(k) = 0$ ise, k köklerden birisidir.

i. $k > -\frac{b}{2a} \rightarrow x_1 < x_2 = k$ dir.

ii. $k < -\frac{b}{2a} \rightarrow k = x_1 < x_2$ dir.

iii. $k = -\frac{b}{2a} \rightarrow x_1 = x_2 = k$ dir.

II. Dereceden Eşitsizlikler

$f(x) = ax^2 + bx + c$
fonksiyonunun daima pozitif veya
negatif olma durumu

	$\forall x \in \mathbb{R}$ için, $ax^2 + bx + c > 0$ ise, $\Delta < 0$ ve $a > 0$ olur. (Sürekli Pozitif demektir.) 
	$\forall x \in \mathbb{R}$ için, $ax^2 + bx + c < 0$ ise, $\Delta < 0$ ve $a < 0$ olur. (Sürekli Negatif demektir.) 