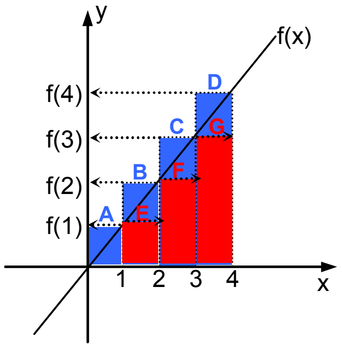
**Örnek:**
Bir fonksiyonun [0,4] aralığındaki eğri altında kalan alanı 4 eşit parçaya ayıracak biçimdeki düzgün parçalanma bölüntüsü P kaçtır?
**Çözüm:**
Eşit olan aralıkların uzunlukları: $\Delta x = \frac{4-0}{4} = 1$ ile bulunur.

Dolayısıyla, parçalanma P={0,1,2,3,4} olur.

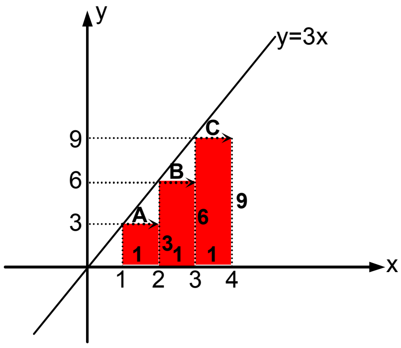


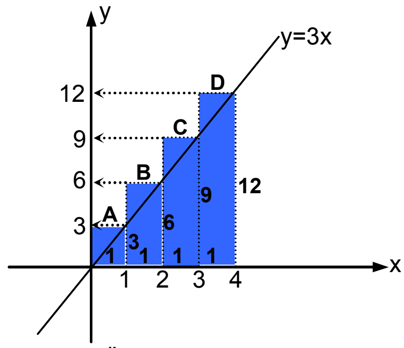

**E**=1.f(1) **Riemann Alt Toplamı = E + F + G**
**F**=1.f(2)
**G**=1.f(3)

**A**=1.f(1) **Riemann Üst Toplamı = A + B + C + D**
**B**=1.f(2)
**C**=1.f(3)
**D**=1.f(4)

**Örnek:**
f : [0,4] → R ve f(x)=3x fonksiyonun grafiğinin altını bu aralıkta 4 eşit parçaya ayıran P parçalanmasına ait olan Riemann alt ve üst toplamlarını bulunuz.
**Çözüm:**
Eşit olan aralıkların uzunlukları: $\Delta x = \frac{4-0}{4} = 1$ bulunur.

Dolayısıyla, parçalanma P={0,1,2,3,4} olur.




Riemann Alt Toplamı = A + B + C
= 1.3 + 1.6 + 1.9 = 18

Riemann Üst Toplamı = A + B + C + D
= 1.3 + 1.6 + 1.9 + 1.12 = 30

Buradan, f: [0, 4] → R, f(x) = 3x fonksiyonu ile x-ekseni arasında kalan alan Riemann toplamı yardımıyla yaklaşık olarak $\frac{18+30}{2} = \frac{48}{2} = 24$ birimkare olarak tahmin edilebilir.

**Örnek**:

[1,4] aralığında bire bir ve örten f(x) fonksiyonu için, $\int_1^4 f(x)dx = 10$ olarak verilmiştir. [1,4] aralığı 3 eşit parçaya bölen düzgün P parçalanmasına ait Riemann alt toplamının alabileceği en büyük tamsayı değeri x, Riemann üst toplamının alabileceği en küçük tamsayı değeri y olduğuna göre, x – y farkını bulunuz.
**Çözüm:**
**Riemann alt toplamı < Gerçek Alan (integral Değeri) < Riemann üst toplam**

[1,4] kapalı aralığında $\int_1^4 f(x)dx = 10$ olarak verildiğinden,

**Riemann alt toplamı < 10 < Riemann üst toplam** koşulu sağlanmalıdır.
Buradan,
Riemann alt toplamın maksimum değeri : x < 10 → x = 9 olur.
Riemann üst toplamın minimum değeri: 10 < y → y = 11 olur.
x – y = 9 –11 = –2 bulunur.