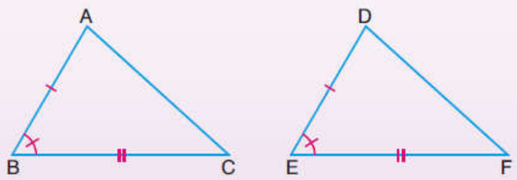
ÜÇGENLERİN EŞLİĞİ

İki üçgen üst üste konulduğunda tüm köşe ve kenarları çakışıyor ise yani ikişer ikişer karşılıklı açıları ve kenarları eş ise bu üçgenlere **eş üçgenler** denir. Üçgenlerin eşliği $\cong$ sembolü ile gösterilir.
Aşağıda verilen üçgenlerde ABC $\cong$ DEF olduğuna göre, eş açıları ve eş kenarları bulunuz.

Kenar - Açı - Kenar (K.A.K) Eşlik Aksiyomu

İki üçgen arasında yapılan bir eşlemede, karşılıklı ikişer kenarları ile bu kenarların oluşturduğu açılar eş ise bu iki üçgen birbirine eştir.

Bu eşliğe kısaca **K.A.K** eşliği denir.

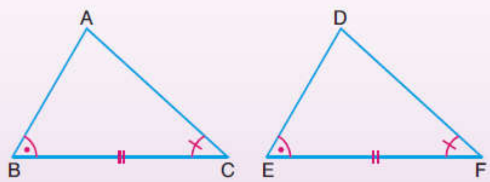


$$\left.\begin{array}{l}|AB|=|DE|\\|BC|=|EF|\\m(\widehat{B})=m(\widehat{E})\end{array}\right\}\text{ ise } \overset{\triangle}{ABC}\cong\overset{\triangle}{DEF}$$

Açı - Kenar - Açı (A.K.A) Eşlik Teoremi

İki üçgenin birer kenarları ve bu kenarların uçlarındaki ikişer açıları eş ise bu üçgenler eştir.

Bu eşliğe kısaca **A.K.A** eşliği denir.

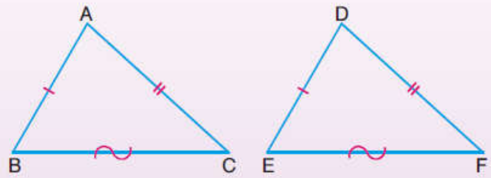


$$\left.\begin{array}{l}m(\widehat{B})=m(\widehat{E})\\m(\widehat{C})=m(\widehat{F})\\|BC|=|EF|\end{array}\right\}\text{ ise } \overset{\triangle}{ABC}\cong\overset{\triangle}{DEF}$$

Kenar - Kenar - Kenar (K.K.K) Eşlik Teoremi

İki üçgenin karşılıklı tüm kenarları birbirine eş ise üçgenler eştir.

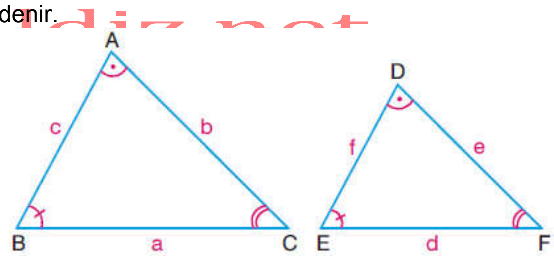
Bu eşliğe kısaca **K.K.K** eşliği denir.



$$\left.\begin{array}{l}|AB|=|DE|\\|AC|=|DF|\\|BC|=|EF|\end{array}\right\}\text{ ise } \overset{\triangle}{ABC}\cong\overset{\triangle}{DEF}$$

ÜÇGENLERİN BENZERLİĞİ

Karşılıklı açıları eş, karşılıklı kenarların uzunlukları orantılı olan iki üçgene benzer üçgenler, karşılıklı kenarların uzunlukları oranına **benzerlik oranı** denir.



ABC üçgeni DEF üçgenine benzer ise
ABC ~ DEF ile gösterilir.

$$\frac{a}{d}=\frac{b}{e}=\frac{c}{f}=k$$

* Benzerlik oranı **k=1** ise üçgenler eştir.
ABC $\cong$ DEF ile gösterilir.

* Karşılıklı **yükseklik**, **açıortay** ve **kenarortay** uzunluklarının oranı benzerlik oranına eşittir.

$$\frac{h_a}{h_d}=\frac{h_b}{h_e}=\frac{h_c}{h_f}=k$$

$$\frac{n_A}{n_D}=\frac{n_B}{n_E}=\frac{n_C}{n_F}=k$$

$$\frac{V_a}{V_d}=\frac{V_b}{V_e}=\frac{V_c}{V_f}=k$$

* **Çevrelerinin** oranı benzerlik oranına eşittir.

$$\frac{\text{Çevre(ABC)}}{\text{Çevre(DEF)}} = k$$

* **Alanlarının** oranı benzerlik oranının karesine (k^2) eşittir.

$$\frac{\text{Alan(ABC)}}{\text{Alan(DEF)}} = k^2$$

Çemberlerin benzerliğinde;

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\text{Kirişler}_1}{\text{Kirişler}_2} = \frac{\text{Yaylar}_1}{\text{Yaylar}_2} = \ldots = \frac{\text{Çevreler}_1}{\text{Çevreler}_2} = k$$

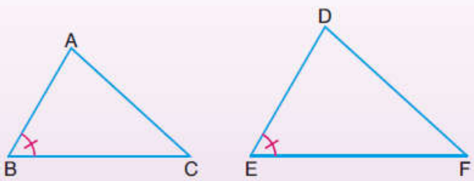
$$\frac{\text{Dairenin Alanı}_1}{\text{Dairenin Alanı}_2} = k^2$$

Katı Cisimlerin benzerliğinde;

$$\frac{\text{Uzunluklar}_1}{\text{Uzunluklar}_2} = k \,;\; \frac{\text{Alanlar}_1}{\text{Alanlar}_2} = k^2 \,;\; \frac{\text{Hacimler}_1}{\text{Hacimler}_2} = k^3$$

Kenar - Açı - Kenar (K.A.K) Benzerlik Aksiyomu

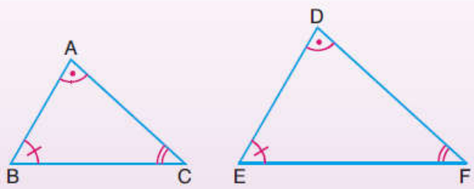
İki üçgenin karşılıklı ikişer kenarının uzunlukları orantılı ve bu kenarlar arasındaki açılar eş ise üçgenler benzerdir.



$$\left.\begin{array}{l} \frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} \\ m(\widehat{B}) = m(\widehat{E}) \end{array}\right\} \text{ ise } \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$$

Açı - Açı- Açı (A.A.A) Benzerlik Teoremi

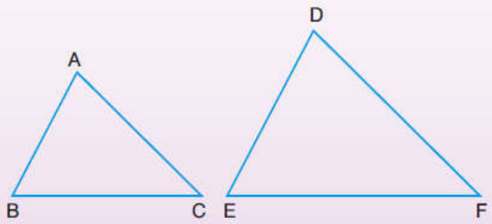
İki üçgen arasında yapılan bir eşlemede karşılıklı açılar eş ise üçgenler benzerdir.



$$\left.\begin{array}{l} m(\widehat{A}) = m(\widehat{D}) \\ m(\widehat{B}) = m(\widehat{E}) \\ m(\widehat{C}) = m(\widehat{F}) \end{array}\right\} \text{ ise } \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$$

Kenar - Kenar - Kenar (K.K.K) Benzerlik Teoremi:

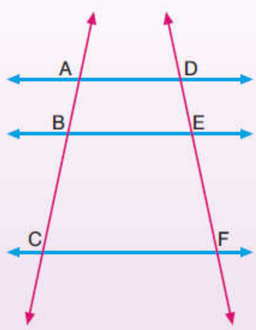
İki üçgen arasında yapılan bir eşlemede, karşılıklı kenarların uzunlukları orantılı ise bu üçgenler benzerdir.



$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|} \text{ ise } \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$$

1. Thales Teoremi:

En az üç paralel doğru kendilerini kesen doğruları karşılıklı olarak orantılı parçalara ayırır.

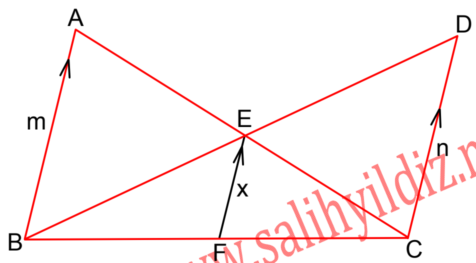


AD//BE//CF ise

✓ $\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|DE|}{|EF|}$

✓ $\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|DF|}$

NOT



ABC ve DBC üçgen,

[AB] // [EF] // [DC] ise, $\frac{1}{x} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$

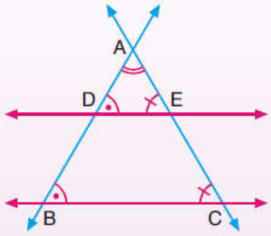
2. Thales Teoremi:

Kesişen iki doğru paralel iki doğru ile kesildiğinde, oluşan üçgenlerin karşılıklı kenar uzunlukları orantılıdır.

DE//BC ise

✓ $\overset{\triangle}{ADE} \sim \overset{\triangle}{ABC}$

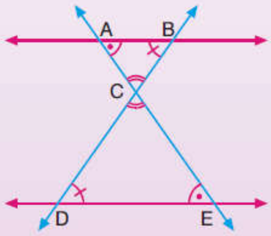
✓ $\dfrac{|AD|}{|AB|} = \dfrac{|AE|}{|AC|} = \dfrac{|DE|}{|BC|}$



AB//DE ise

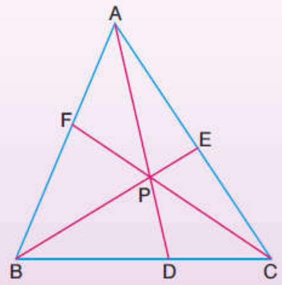
✓ $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{EDC}$

✓ $\dfrac{|AC|}{|CE|} = \dfrac{|BC|}{|CD|} = \dfrac{|AB|}{|DE|}$



Seva Teoremi:

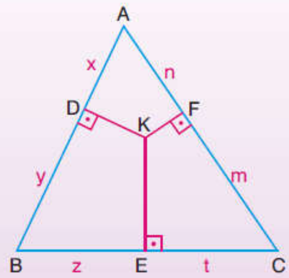
Bir ABC üçgeninin köşelerinden geçen ve üçgenin içinde bir P noktasında kesişen doğruların [BC], [AC] ve [AB] kenarlarını kestiği noktalar sırasıyla D, E, F ise



$\dfrac{|AF|}{|FB|} \cdot \dfrac{|BD|}{|DC|} \cdot \dfrac{|CE|}{|EA|} = 1$

Carnot Teoremi:

Bir ABC üçgeninin içinde alınan bir K noktasından, üçgenin kenarlarına [KD], [KE] ve [KF] dikmeleri çizilirse;

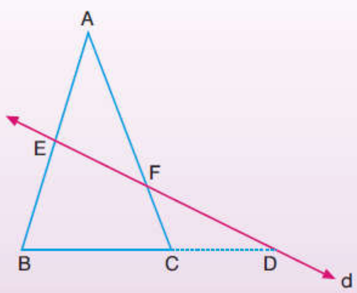


$x^2+z^2+m^2=y^2+t^2+n^2$ dir.

TEOREMLER

Menelaus Teoremi:

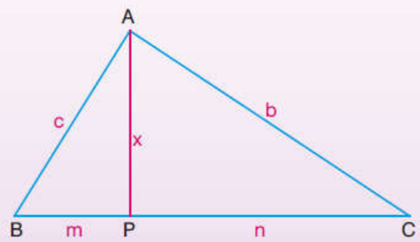
Bir d doğrusunun ABC üçgeninin [BC], [AB] ve [AC] kenarlarını kestiği noktalar sırası ile D, E, F ise



$\dfrac{|DC|}{|DB|} \cdot \dfrac{|BE|}{|EA|} \cdot \dfrac{|AF|}{|FC|} = 1$

Stewart Teoremi:

Bir ABC üçgeninin [BC] kenarı üzerinde alınan herhangi bir P noktası için $|AB|=c$, $|AC|=b$, $|BP|=m$, $|PC|=n$, $|AP|=x$ olmak üzere,



$x^2 = \dfrac{b^2.m + c^2.n}{m+n} - m.n$ dir.