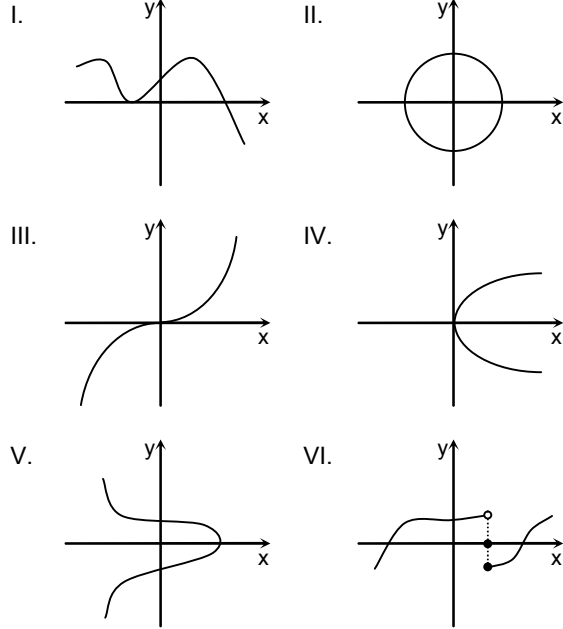


☺ rnek:

Aşağıda verilenlerden hangilerinin fonksiyon belirttiğini bulunuz.

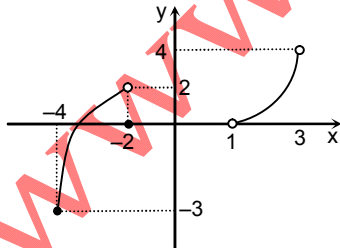


☺ züm:

Bu tür soruların çözümünde grafiklere y eksenine paralel olacak şekilde doğrular çizildiğinde grafiği tek bir noktada kesmesi gerekir. Buna göre, I. ve III. grafikleri bir noktada keserken II, IV, V, VI. Grafiklerini iki noktada keser.

I. ve III. grafikler fonksiyon belirtir.

☺ rnek:

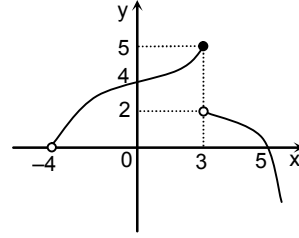


Yukarıda grafiği verilen fonksiyonun tanım ve değer kümesini bulunuz.

☺ züm:

Tanım kümesi, fonksiyonun x değerleri olduğundan $[-4, 3)$ olur. Değer kümesi, fonksiyonun y değerleri olduğundan $[-3, 4)$ olarak bulunur.

☺ rnek:



Yukarıda $f(x)$ fonksiyonunun grafiği çizilmiştir.

Buna göre, $f(0) + f^{-1}(0) + f(3)$ toplamını bulunuz.

☺ züm:

$f(0) = ? \rightarrow x = 0$ için $y = ?$

$f(0) = 4$

$f^{-1}(0) = ? \rightarrow y = 0$ için $x = ?$

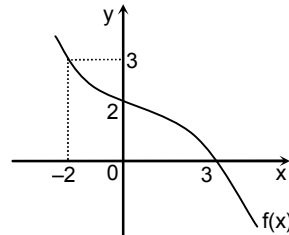
$f^{-1}(0) = 5$

$f(3) = ? \rightarrow x = 3$ için $y = ?$

$f(3) = 5$

$f(0) + f^{-1}(0) + f(3) = 4 + 5 + 5 = 14$ bulunur.

☺ rnek:



Yukarıdaki grafiğe göre, $f^{-1}(2) = f(x-1)$ eşitliğini sağlayan x değerini bulunuz.

☺ züm:

$f^{-1}(2) = ? \rightarrow y = 2$ için $x = ?$

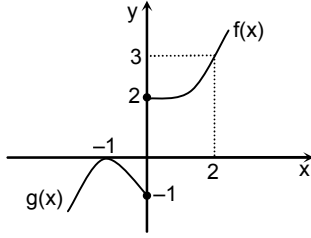
$f^{-1}(2) = 0$

$f^{-1}(2) = f(x-1) = 0$

$y = 0$ için $x-1 = ?$

$x-1 = 3 \rightarrow x = 4$ bulunur.

☺ rnek:



Yukarıdaki grafiğe göre, $(f \circ g)^{-1}(2) = x$ eşitliğini sağlayan x değerini bulunuz.

Çözüm:

$$(f \circ g)^{-1}(2) = x$$

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(2) = x$$

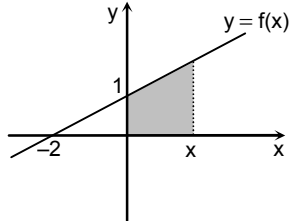
$$g^{-1}(f^{-1}(2)) = x$$

$$g(x) = f^{-1}(2) \text{ [} y = 2 \text{ için } x = ? \text{ (0)]}$$

$$g(x) = 0 \text{ [} y = 0 \text{ için } x = ? \text{ (-1)]}$$

$x = -1$ bulunur.

☺ rnek:

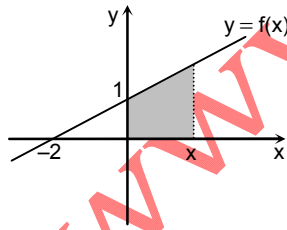


Yukarıda $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun grafiği çizilmiştir.

$$g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \{ \text{Tanımlı Alan} \mid x \in \mathbb{R} \}$$

olduğuna göre, $(g \circ f)(4)$ değerini bulunuz.

Çözüm:

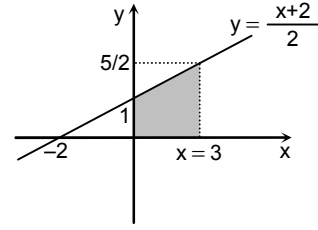


$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} = 1$$

$$y = 1 + \frac{x}{2}$$

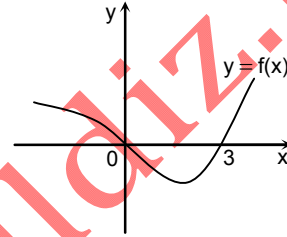
$$y = f(x) = \frac{x+2}{2} \rightarrow f(4) = \frac{4+2}{2} = 3$$

$(g \circ f)(4) = g(f(4)) = g(3)$: $x = 3$ için taralı alandır.



$$\text{Taralı alan: } g(3) = \frac{\left(1 + \frac{5}{2}\right) \cdot 3}{2} = \frac{21}{4} \text{ bulunur.}$$

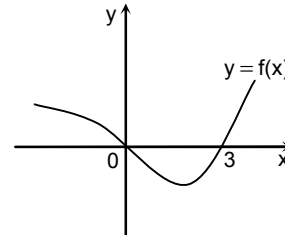
☺ rnek:



Yukarıda $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ verilen $f(x)$ fonksiyonu için, aşağıdakilerden hangilerinin yanlış olduğunu bulunuz.

- I. $f(1) \cdot f(5) < 0$
- II. $f(0) \cdot f(-4) = 0$
- III. $f(2) \cdot f(-2) < 0$
- IV. $(f \circ f)(1) < 0$
- V. $(f \circ f)(2) > 0$

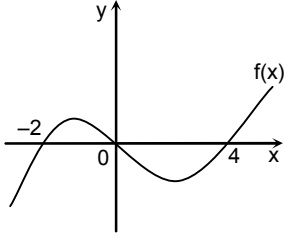
Çözüm:



- I. $f(1) < 0$ ve $f(5) > 0$ olduğundan $f(1) \cdot f(5) < 0$ olur. Doğrudur.
- II. $f(0) = 0$ ve $f(-4) > 0$ olduğundan $f(0) \cdot f(-4) = 0$ olur. Doğrudur.
- III. $f(2) < 0$ ve $f(-2) > 0$ olduğundan $f(2) \cdot f(-2) < 0$ olur. Doğrudur.
- IV. $(f \circ f)(1) = f[f(1)]$ [$f(1) < 0$]
 $= f(\mathbb{R}^-) > 0$ olur. Yanlıştır.
- V. $(f \circ f)(2) = f[f(2)]$ [$f(2) < 0$]
 $= f(\mathbb{R}^-) > 0$ olur. Doğrudur.

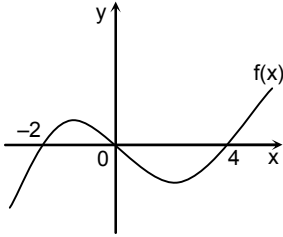
Buradan, sadece IV. yanlış olarak bulunur.

☺ rnek:



Yukarıda grafiği verilen f fonksiyonu için, $f(x) \leq 0$ eşitsizliğini sağlayan x sayılarının aralığını bulunuz.

Çözüm:



$$-\infty < x < -2 \rightarrow f(x) < 0$$

$$x = -2 \rightarrow f(x) = 0$$

$$-2 < x < 0 \rightarrow f(x) > 0$$

$$x = 0 \rightarrow f(x) = 0$$

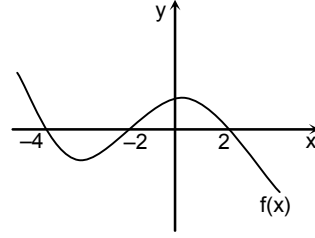
$$0 < x < 4 \rightarrow f(x) < 0$$

$$x = 4 \rightarrow f(x) = 0$$

$$4 < x < \infty \rightarrow f(x) > 0 \text{ olduğundan,}$$

$$(-\infty, -2] \cup [0, 4] \text{ aralığında } f(x) \leq 0 \text{ koşulu sağlanır.}$$

☺ rnek:

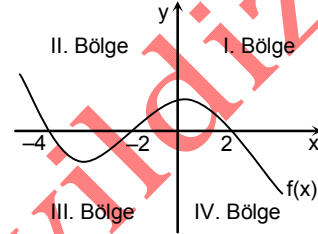


Yukarıdaki grafiğe göre,

$$x.f(x) > 0$$

eşitsizliğini sağlayan x sayılarının çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:



$x.f(x) > 0$ iken,

* $x > 0$ ve $f(x) = y > 0$ olur. (I. Bölge)

(0, 2) aralığı sağlar.

* $x < 0$ ve $f(x) = y < 0$ olur. (III. Bölge)

(-4, -2) aralığı sağlar.

Buna göre, çözüm kümesi: $(-4, -2) \cup (0, 2)$ bulunur.