Parçalı Fonksiyonlar

Tanım kümesinin alt aralıklarında farklı kurallarla tanımlanan fonksiyonlara **parçalı fonksiyonlar** denir.

f:R $\to$ R olmak üzere,

$$f(x)=\begin{cases} f_1(x) & , \quad x_1 < x \\ f_2(x) & , \quad x_1 \le x \le x_2 \\ f_3(x) & , \quad x > x_2 \end{cases}$$

fonksiyonu parçalı bir fonksiyon olup $x = x_1$ ve $x = x_2$ noktaları tanım aralıklarının uç noktalarıdır.

$x = x_1$ ve $x = x_2$ noktalarına fonksiyonun **kritik noktaları** denir.

* $f(x)=\begin{cases} x & , \quad x \le 0 \\ x-1 & , \quad x > 0 \end{cases}$

biçiminde tanımlanan fonksiyon bir parçalı fonksiyondur.

$x = 0$ kritik noktadır.

* $f(x)=\begin{cases} x & , \quad x < 0 \\ x^2 & , \quad 0 \le x \le 1 \\ x^3 & , \quad x > 1 \end{cases}$

biçiminde tanımlanan fonksiyon bir parçalı fonksiyondur.

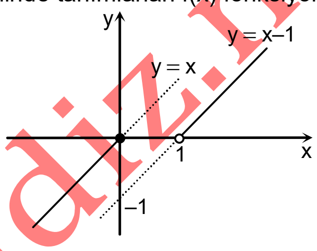
$x = 0$ ve $x = 1$ kritik noktalardır.

Parçalı Fonksiyonların Grafikleri

Parçalı fonksiyonların grafikleri çizilirken, tanım aralığının her alt aralığındaki farklı kurallarla tanımlanmış fonksiyonların grafikleri ayrı ayrı çizilerek grafik belirlenir.

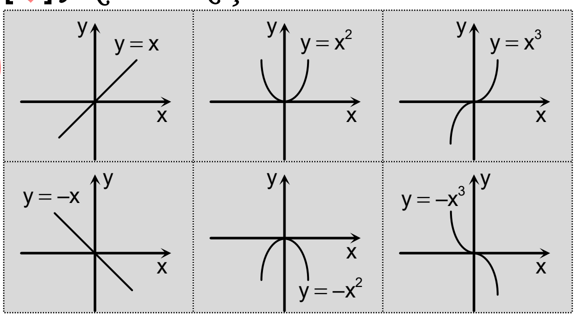
* $f(x)=\begin{cases} x & , \quad x \le 0 \\ x-1 & , \quad x > 0 \end{cases}$

biçiminde tanımlanan f(x) fonksiyonunun grafiği



olur.

[☺] *Aklımın Köşesi*



☺rnek:

f:R $\to$ R olmak üzere,

$$f(x)=\begin{cases} 4x-7 & , \quad x > 1 \\ 3x & , \quad -1 < x \le 1 \\ 4x+7 & , \quad x \le -1 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanan f(x) fonksiyonu için;

f(2), f(1), f(0) ve f(–3)

değerlerini bulunuz.

ç☺züm:

* $x = 2 > 1$ olduğundan,
$f(x) = 4x–7 \to f(2) = 4.2–7 = 1$

* $x = 1$, $-1 < x \le 1$ aralığında olduğundan,
$f(x) = 3x \to f(1) = 3.1 = 3$

* $x = 0$, $-1 < x \le 1$ aralığında olduğundan,
$f(x) = 3x \to f(0) = 3.0 = 0$

* $x = -3 \le -1$ olduğundan,
$f(x) = 4x+7 \to f(-3) = 4.(-3)+7 = -5$ bulunur.

☺rnek:

$$f(x)=\begin{cases} x^3-6 & , \quad x \ge 2 \\ x^3+4 & , \quad x < 2 \end{cases} \quad \text{ve} \quad g(x)=\begin{cases} \frac{x}{3} & , \quad x > 3 \\ |x|+x & , \quad x \le 3 \end{cases}$$

olduğuna göre, **(fog)(9) ve (gof)(–2) değerini bulunuz.**

ç☺züm:

* $(fog)(9) = f(g(9))$ olduğundan,
$x = 9 > 3 \to g(x) = \frac{x}{3} \to g(9) = \frac{9}{3} = 3$
$(fog)(9) = f(g(9)) = f(3)$ olduğundan,
$x = 3 > 2 \to f(x) = x^3 - 6$
$f(3) = 3^3–6 = 27–6 = 21$ bulunur.

* $(gof)(-2) = g(f(-2))$ olduğundan,
$x = -2 < 2 \to f(x) = x^3 + 4 \to f(-2) = (-2)^3+4 = -4$
$(gof)(-2) = g(f(-2)) = g(-4)$ olduğundan,
$x = -4 < 3 \to g(x) = |x| + x$
$g(-4) = |-4| + (-4) = 0$ bulunur.

☺rnek:

Aşağıda R den R ye tanımlı f ve g fonksiyonları verilmiştir.

$$f(x)=\begin{cases} 2x-11, & x\geq 0 \\ x^3+2x, & x<0 \end{cases}$$

$$g(x)=\begin{cases} x^2-7, & x\geq 3 \\ x+5, & x<3 \end{cases}$$

Buna göre,

I. (f+g)(x) fonksiyonunu tanımlayarak, (f+g)(2), (f+g)(–1), (f+g)(4) değerlerini bulunuz.

II. (f–g)(x) fonksiyonunu tanımlayarak, (f–g)(3), (f–g)(0), (f–g)(–2) değerlerini bulunuz.

ç☺züm:

f ve g fonksiyonları,

$$f(x)=\begin{cases} 2x-11, & x\geq 3 \\ 2x-11, & 0\leq x<3 \\ x^3+2x, & x<0 \end{cases}$$

$$g(x)=\begin{cases} x^2-7, & x\geq 3 \\ x+5, & 0\leq x<3 \\ x+5, & x<0 \end{cases}$$

biçiminde düzenlenir.

I. $$(f+g)(x)=\begin{cases} x^2+2x-18, & x\geq 3 \\ 3x-4, & 0\leq x<3 \\ x^3+3x+5, & 0<x \end{cases}$$

şeklinde tanımlanır.

$0\leq 2<3$ olduğundan $(f+g)(2)=3.2-4=2$

$-1<0$ olduğundan $(f+g)(-1)=(-1)^3+3(-1)+5=1$

$4\geq 3$ olduğundan $(f+g)(4)=4^2+2.4-18=6$ bulunur.

II. $$(f-g)(x)=\begin{cases} 2x-x^2-4, & x\geq 3 \\ x-16, & 0\leq x<3 \\ x^3+x-5, & x<0 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanır.

$3\geq 3$ olduğundan $(f-g)(3)=2.3-3^2-4=-7$

$0\leq 0$ olduğundan $(f-g)(0)=0-16=-16$

$-2<0$ olduğundan $(f-g)(-2)=(-2)^3-2-5=-15$ bulunur.

☺rnek:

$$f(x)=\begin{cases} |x|, & x\leq 0 \\ 3, & x>0 \end{cases}$$

$$g(x)=\begin{cases} x-2, & x<0 \\ x^2, & x\geq 0 \end{cases}$$

fonksiyonları için aşağıda verilen ifadelerin değerleri bulunuz.

I. f(–2)+f(5)

II. g(3)–3g(–1)

III. f(–5)+g(5)

ç☺züm:

I. $-2<0$ olduğundan, $f(-2)=|-2|=2$
$5>0$ olduğundan, $f(5)=3$ olur.
$f(-2)+f(5)=2+3=5$ bulunur.

II. $3\geq 0$ olduğundan, $g(3)=3^2=9$
$-1<0$ olduğundan, $g(-1)=-1-2=-3$ olur.
$g(3)-3g(-1)=9-3.(-3)=9+9=18$ bulunur.

III. f fonksiyonu için;
$-5\leq 0$ olduğundan, $f(-5)=|-5|=5$
g fonksiyonu için;
$5\geq 0$ olduğundan $g(5)=5^2=25$ olur.

$f(-5)+g(5)=5+25=30$ bulunur.

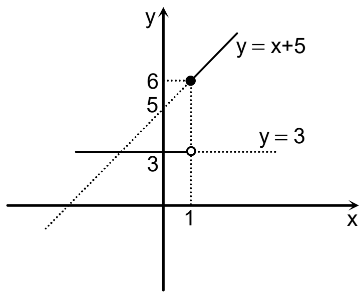
☺rnek:

$$f(x)=\begin{cases} x+5, & x\geq 1 \\ 3, & x<1 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan f fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ç☺züm:

* $x\geq 1$ için $y=x+5$ doğrusu
* $x<1$ için $y=3$ doğrusu çizilir.



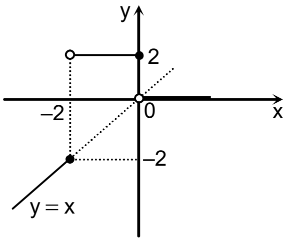
☺rnek:

$$f(x)=\begin{cases} x & , \quad x\le -2 \\ 2 & , \quad -2\le x\le 0 \\ 0 & , \quad x>0 \end{cases}$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ç☺züm:

* $x\le -2$ için,
  $y=x$ doğrusu,
* $-2\le x\le 0$ için,
  $y=2$ doğrusu,
* $x>0$ için,
  $y=0$ doğrusu çizilir.



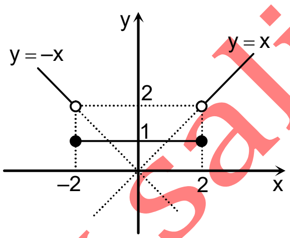
☺rnek:

$$f(x)=\begin{cases} -x & , \quad x<-2 \\ 1 & , \quad -2\le x\le 2 \\ x & , \quad x>2 \end{cases}$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ç☺züm:

* $x<-2$ için,
  $y=-x$ doğrusu,
* $-2\le x\le 2$ için,
  $y=1$ doğrusu,
* $x>2$ için,
  $y=x$ doğrusu çizilir.



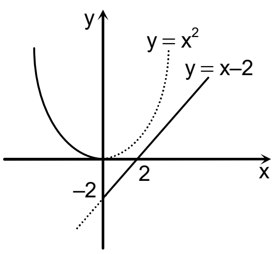
☺rnek:

$$f(x)=\begin{cases} x-2 & , \quad x>0 \\ x^2 & , \quad x\le 0 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan f fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ç☺züm:

* $x>0$ için,
  $y=x-2$ doğrusu
* $x\le 0$ için,
  $y=x^2$ parabolü
çizilir.



☺rnek:

$f(x)=|x-2|$

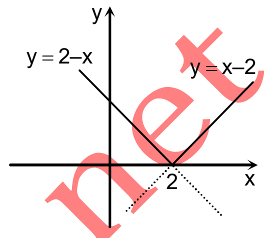
fonksiyonunu parçalı fonksiyon şeklinde yazıp grafiğini çiziniz.

ç☺züm:

$x-2=0 \rightarrow x=2$ olduğundan,

$$f(x)=\begin{cases} 2-x & , \quad x<2 \\ 0 & , \quad x=2 \\ x-2 & , \quad x>2 \end{cases}$$

bulunur.



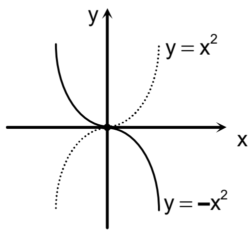
☺rnek:

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & , \quad x<0 \\ 0 & , \quad x=0 \\ -x^2 & , \quad x>0 \end{cases}$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ç☺züm:

* $x<0$ için,
  $y=x^2$ doğrusu,
* $x=0$ için, $y=0$
* $x>0$ için,
  $y=-x^2$ doğrusu
çizilir.



☺rnek:

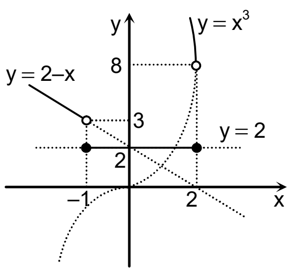
f:R → R olmak üzere,

$$y=\begin{cases} x^3 & , \quad x>2 \\ 2 & , \quad -1\le x\le 2 \\ 2-x & , \quad x<-1 \end{cases}$$

olduğuna göre, **$y=f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.**

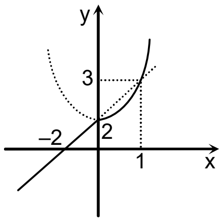
ç☺züm:

* $x>2$ için,
  $y=x^3$ eğrisi,
* $-1\le x\le 2$ için
  $y=2$ doğrusu,
* $x<-1$ için,
  $y=2-x$ doğrusu çizilir.



☺rnek:

Yanda grafiği verilen f(x) fonksiyonunu bulunuz.



ç☺züm:

$x<0$ olduğu bölgede x eksenini –2 noktasında, y eksenini 2 noktasında kesen bir doğru vardır.

Bu doğru;

$\frac{x}{-2}+\frac{y}{2}=1 \rightarrow -x+y=2 \rightarrow y=x+2$ doğrusudur.
(-1)

$x \geq 0$ olduğu bölgede (0,2) ve (1,3) noktasında kesen bir parabol vardır.

Bu parabol;

$y=x^2+a$ parabolü ise, $x=0$ iken $y=2$ olduğundan,

$2=0^2+a$ ise $a=2$ bulunur.

Buna göre, $x \geq 0$ için $y=x^2+2$ parabolü tanımlıdır.

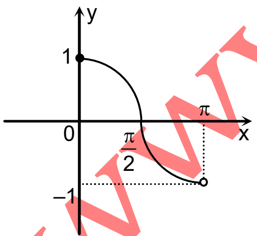
f fonksiyonu $f(x)=\begin{cases} x^2+2, & x \geq 0 \\ x+2, & x<0 \end{cases}$ bulunur.

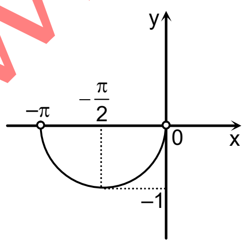
☺rnek:

$f(x)=\begin{cases} \cos x, & 0 \leq x < \pi \\ \sin x, & -\pi < x < 0 \end{cases}$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ç☺züm:

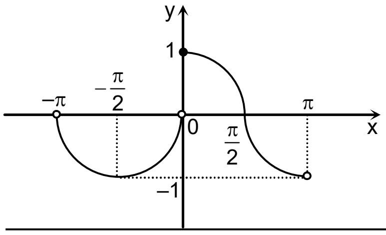




$0 \leq x < \pi$ aralığında, $y=\cos x$ grafiği

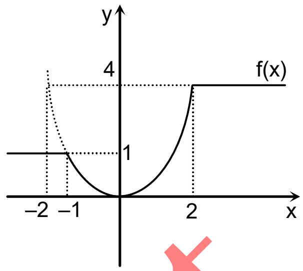
$-\pi < x < 0$ aralığında, $y=\sin x$ grafiği

Bu 2 grafik birleştirilip tek koordinat sistemi çizilir.

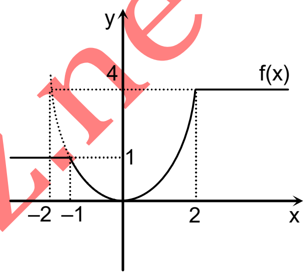


☺rnek:

Yanda grafiği verilen f(x) fonksiyonunun denklemini bulunuz.



ç☺züm:



* $x<-1$ için,

  $y=1$ doğrusu

* $-1 \leq x \leq 2$ için,

  $y=x^2$ parabolü

* $x>2$ için,

  $y=4$ doğrusu

olduğundan, $f(x)=\begin{cases} 1, & x<-1 \\ x^2, & -1 \leq x \leq 2 \\ 4, & x>2 \end{cases}$ bulunur.

☺rnek:

$f(x)=\begin{cases} 1-x, & x \geq 1 \\ x+2, & x<1 \end{cases}$ ve $g(x)=\begin{cases} x-2, & x \geq 0 \\ -x-1, & x<0 \end{cases}$

olduğuna göre, **y = (f+g)(x) fonksiyonunun grafiğini çiziniz.**

ç☺züm:

I. $x \geq 1$ iken $f(x)=1-x$
$x \geq 0$ iken $g(x)=x-2$

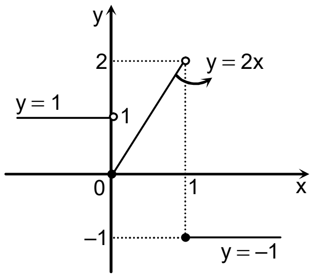
$x \geq 1$ iken $(f+g)(x)=-1$ çizilir.

II. $x<1$ iken $f(x)=x+2$
$x \geq 0$ iken $g(x)=x-2$

$0 \leq x < 1$ iken $(f+g)(x)=2x$ çizilir.

III. $x<1$ iken $f(x)=x+2$
$x<0$ iken $g(x)=-x-1$

$x<0$ iken $(f+g)(x)=1$ çizilir.



KAVRAMA – 2

1. $f(x)=\begin{cases}4ax+8\ , & x>1\\ x^2-2\ , & x=1\\ 3bx+11\ , & x<1\end{cases}$

şeklinde tanımlanan f fonksiyonu için $f(2)+f(1)=23$ ve $f(-1)+f(1)=1$ olduğuna göre, **a+b toplamını bulunuz.**

2. R'den R'ye tanımlı f ve g fonksiyonları,

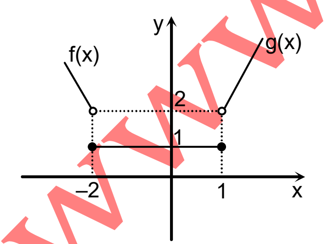
$f(x)=\begin{cases}x^2+2\ , & x\geq 3\\ 3x\ , & x<3\end{cases}$

$g(x)=\begin{cases}7x+1\ , & x\geq -1\\ 4x\ , & x<-1\end{cases}$

biçiminde tanımlanmıştır.

Buna göre, f(5)–g(–2)+(fog)(0) işleminin sonucunu bulunuz.

3.



Yukarıda grafiği verilen F(x) fonksiyonu, f(x), g(x) fonksiyonları ve $y=1$ doğrusundan oluşmuştur.
Buna göre, F(x) fonksiyonunun denklemini yazınız.

4. $f:R\to R$ olmak üzere,

$f(x)=\begin{cases}-3x\ , & x<-1\\ 5\ , & -1\leq x\leq 2\\ 2x\ , & x>2\end{cases}$

olduğuna göre, **f(x) fonksiyonunun grafiğini çiziniz.**

5. $f:R\to R$ olmak üzere,

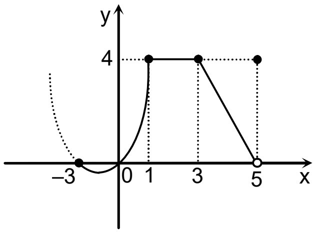
$f(x)=\begin{cases}x+1\ , & x\geq 2\\ 4-2x^2\ , & 0\leq x<2\\ x^3\ , & x<0\end{cases}$

olduğuna göre, **f(1) ve (fof)(2) değerlerini bulunuz.**

6. $y=\begin{cases}\cot x\ , & -\frac{\pi}{2}<x\leq 0\\ \tan x\ , & 0\leq x<\frac{\pi}{2}\end{cases}$

olduğuna göre, **$y=f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.**

7.



Yukarıda grafiği verilen f(x) fonksiyonunun denklemini bulunuz.

8. $f:R \to R$ olmak üzere,

$$f(x)=\begin{cases} 2x+2 & , \quad x<2 \\ mx+3 & , \quad x\geq 2 \end{cases}$$

$(fof)(0)=9$ olduğuna göre, **m değerini bulunuz.**

9. $f,g:R \to R$ olmak üzere,

$$f(x)=\begin{cases} -2 & , \quad x>0 \\ 1-x & , \quad x\leq 0 \end{cases}$$

$$g(x)=\begin{cases} -1 & , \quad x\leq 0 \\ x+2 & , \quad 0<x\leq 1 \\ x & , \quad x>1 \end{cases}$$

olduğuna göre, **(f+g)(x) toplam fonksiyonunun grafiğini çiziniz.**

10. $g:R \to R$ olmak üzere,

$$g(x)=\begin{cases} x^2 & , \quad x\geq 1 \\ -(x-1)^2 & , \quad x<1 \end{cases}$$

olduğuna göre, **g(x) fonksiyonunun grafiğini çiziniz.**

Çözümleri
Sayfa 103~104

Mutlak Değer Fonksiyonu

f:A → B ve B ⊂ R olmak üzere,

$$\sqrt{f^2(x)} = |f|(x) = |f(x)| = \begin{cases} -f(x), & f(x) \le 0 \\ f(x), & f(x) \ge 0 \end{cases}$$

şeklinde tanımlı fonksiyona **mutlak değer fonksiyonu** denir.

* $|f(x)| \ge 0$ olduğundan, $|f(x)|$ fonksiyonunun görüntü kümesi $R^+ \cup \{0\}$ olur.
* $|f(x)|$ de $f(x) = 0$ denkleminin reel köklerine **kritik noktalar** denir. $|f(x)|$ fonksiyonunun grafiği bu noktalarda **kırılma** ya da **kıvrılma** yapar.
* $|f(x)|$ in tanımlanabilmesi için f(x) fonksiyonunun işareti bilinmelidir.

[☺] *Aklımın Köşesi*

$\forall x \in R$ için $|x| \ge 0$ olur.

Mutlak değer fonksiyonunun alabileceği en küçük değer 0 dır.
$|f(x)| + |g(t)| = 0 \to f(x) = 0$ ve $g(t) = 0$

a pozitif reel sayı olmak üzere,
$|x| = a \to x = a$ veya $x = -a$
a negatif reel sayı ise, çözüm kümesi **boş kümedir.**

a pozitif reel sayı olmak üzere,
$|x| < a \to -a < x < a$
$|x| \le a \to -a \le x \le a$
a negatif reel sayı ise, çözüm kümesi **boş kümedir.**

a pozitif reel sayı olmak üzere,
$|x| > a \to x < -a$ veya $x > a$
$|x| \ge a \to x \le -a$ veya $x \ge a$
a negatif reel sayı ise, çözüm kümesi **sonsuzdur.**

a ve b pozitif reel sayılar olmak üzere,
$a < |x| < b \to a < x < b$ veya $-b < x < -a$
a negatif ve b pozitif reel sayı olmak üzere,
$a < |x| < b \to |x| < b \to -b < x < b$

Mutlak Değer Fonksiyonunun Grafiği

f:A → B ve B ⊂ R olmak üzere,

$$|f|(x) = |f(x)| = \begin{cases} -f(x), & f(x) \le 0 \\ f(x), & f(x) \ge 0 \end{cases}$$

şeklinde tanımlı mutlak değerli fonksiyonların grafikleri çizilirken aşağıdaki adımlar izlenir.

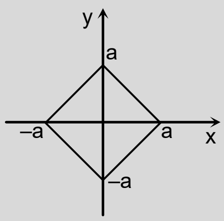
I. $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği çizilir.

II. (x, f(x)) noktalarının x eksenine göre simetriği (x, –f(x)) olduğundan, $f(x) < 0$ olan kısımların (x ekseninin altında kalan parçaların) x eksenine göre simetriği alınır.

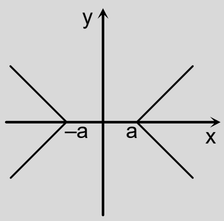
III. $f(x) \ge 0$ olduğu kısımlarda $|f(x)| = f(x)$ olduğundan, fonksiyonun grafiği aynen kalır.

[☺] *Aklımın Köşesi*

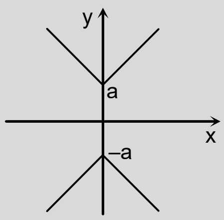
|x| + |y| = a bağıntısının grafiği



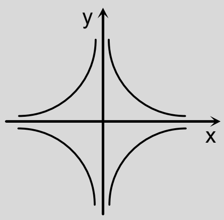
|x| – |y| = a bağıntısının grafiği



|y| – |x| = a bağıntısının grafiği



|x.y| = a bağıntısının grafiği



☺rnek:

$|x-3|+|y+5|=0$

olduğuna göre, **x+y toplamının alabileceği değeri bulunuz.**

ç☺züm:

$|x-3|+|y+5|=0$

$x-3=0 \rightarrow x=3$

$y+5=0 \rightarrow y=-5$

$x+y=3-5=-2$ bulunur.

☺rnek:

$y=x+5-|x-5|$

fonksiyonunun alabileceği __en büyük__ değerini bulunuz.

ç☺züm:

$y=x+5-|x-5|$ fonksiyonunun alabileceği en büyük değer için $|x-5|$ in en küçük alması gerekir. Mutlak değer fonksiyonunun en küçük değeri 0 olduğundan;

$x-5=0$ için $x=5$ olur.

$y=x+5-|x-5|$

$y=5+5-0=10$ bulunur.

☺rnek:

$y=|x-4|$

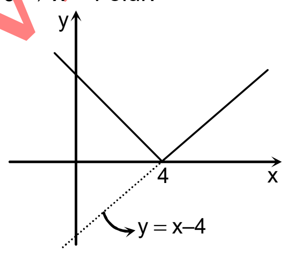
fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ç☺züm:

$y=x-4$ iken

$x=0 \rightarrow y=-4$

$y=0 \rightarrow x=4$ olur.



$y=|x-4|$ fonksiyonunun grafiği için $y=x-4$ fonksiyonunun x ekseninin altında kalan kısmının x eksenine göre simetriği alınır.

☺rnek:

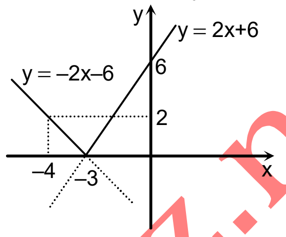
$y=|2x+6|$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ç☺züm:

$2x+6 \geq 0 \rightarrow x \geq -3 \rightarrow y=2x+6$

$2x+6 \leq 0 \rightarrow x \leq -3 \rightarrow y=-2x-6$



bulunur.

☺rnek:

$y=|x-2|+3$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

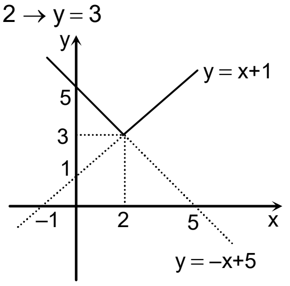
ç☺züm:

$x-2=0 \rightarrow x=2$ kritik nokta olduğundan,

$x \leq 2 \rightarrow y=-x+2+3=-x+5$

$x \geq 2 \rightarrow y=x-2+3=x+1$

$x=2 \rightarrow y=3$



bulunur.

☺rnek:

$f(x)=||2x|-4|$

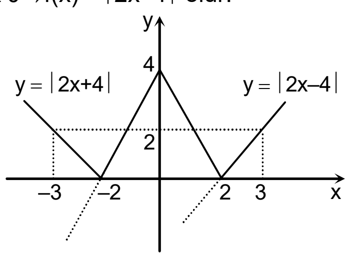
fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ç☺züm:

$x=0$ kritik nokta olmak üzere,

$x<0 \rightarrow f(x)=|-2x-4|=|2x+4|$

$x \geq 0 \rightarrow f(x)=|2x-4|$ olur.



bulunur.

☺rnek:

$y = |x-3| - |x-4|$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ç☺züm:

$|x-3| = 0 \rightarrow x = 3$

$|x-4| = 0 \rightarrow x = 4$ kritik noktalar olduğundan,

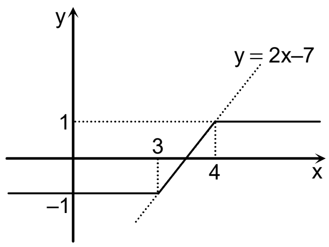
x	$-\infty$	3	4	$+\infty$
x–3	–	+		+
x–4	–	–		+
f(x)	I	II		III

I. $x < 3 \rightarrow y = -x+3+x-4 = -1$

II. $3 \le x \le 4 \rightarrow y = x-3+x-4 = 2x-7$

III. $x > 4 \rightarrow y = x-3-x+4 = 1$

$$y = \begin{cases} -1 & , \quad x < 3 \\ 2x-7 & , \quad 3 \le x \le 4 \\ 1 & , \quad x > 4 \end{cases}$$



bulunur.

☺rnek:

$f(x) = x.|x-2|$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

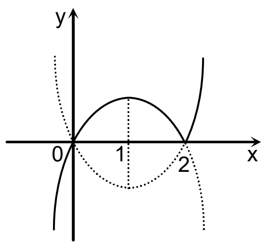
ç☺züm:

$x-2 = 0 \rightarrow x = 2$ kritik nokta olduğundan,

$x > 2 \rightarrow f(x) = x.(x-2) = x^2 - 2x$

$x < 2 \rightarrow f(x) = x.(-x+2) = 2x - x^2$

$$f(x) = \begin{cases} 2x - x^2 & , \quad x \le 2 \\ x^2 - 2x & , \quad x \ge 2 \end{cases}$$



bulunur.

☺rnek:

$y = f(x) = x^2-4x$ olmak üzere,

I. $y = |f(x)|$

II. $|y| = f(x)$

III. $y = f(|x|)$

fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz.

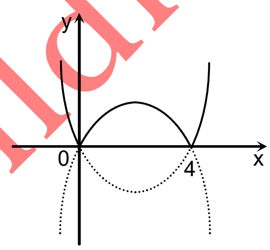
ç☺züm:

I. $f(x) = x^2-4x \rightarrow |f(x)| = |x^2-4x| = |x(x-4)|$

$-\infty$	0	4	$+\infty$
+	–	+	

$x < 0$ ve $x > 4 \rightarrow f(x) = x^2-4x$

$0 \le x \le 4 \rightarrow f(x) = -x^2+4x$ olur.



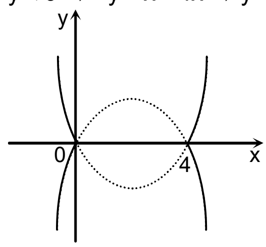
bulunur.

II. $y = f(x) = x^2-4x$

$|y| = x^2-4x$

$y \ge 0 \rightarrow y = x^2-4x$

$y < 0 \rightarrow -y = x^2-4x \rightarrow y = 4x-x^2$



bulunur.

III. $y = f(x) = x^2-4x$

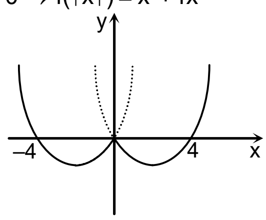
$f(|x|) = |x^2|-4|x|$

$x^2 \ge 0$ olduğundan,

$f(|x|) = x^2-4|x|$ olur.

$x \ge 0 \rightarrow f(|x|) = x^2-4x$

$x < 0 \rightarrow f(|x|) = x^2+4x$



bulunur.

☺rnek:

$$f(x)=\frac{|x|}{x}+\frac{x}{|x|}$$

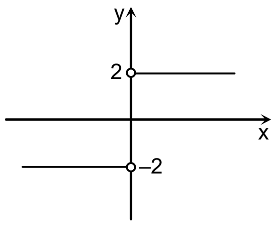
fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ç☺züm:

$x>0 \rightarrow f(x)=\frac{x}{x}+\frac{x}{x}=1+1=2$

$x<0 \rightarrow f(x)=\frac{-x}{x}+\frac{x}{-x}=-1-1=-2$

$x=0 \rightarrow$ tanımsız



bulunur.

☺rnek:

$y=f(x)=2x^2-3x-2$

olduğuna göre, $|f(x)|$ **in grafiğini çiziniz.**

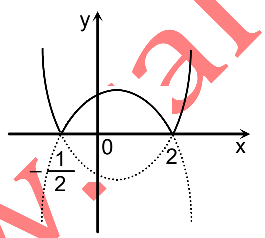
ç☺züm:

$f(x)=2x^2-3x-2$

$|f(x)|=|2x^2-3x-2|$

$=|(2x+1).(x-2)|$

bulunur.



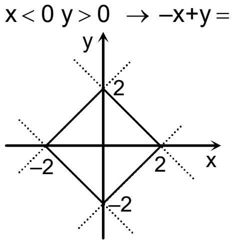
☺rnek:

$|x|+|y|=2$

bağıntısının grafiğini çiziniz.

ç☺züm:

- $x>0\ y>0 \rightarrow x+y=2 \rightarrow y=-x+2$
- $x<0\ y<0 \rightarrow x-y=2 \rightarrow y=-x-2$
- $x>0\ y<0 \rightarrow x-y=2 \rightarrow y=x-2$
- $x<0\ y>0 \rightarrow -x+y=2 \rightarrow y=x+2$



bulunur.

☺rnek:

$$f(x)=\frac{|x^2-1|}{|x|-1}$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ç☺züm:

$x^2-1=0$

$x=\pm 1$

$x=0$ kritik noktalar olmak üzere,

x	$-\infty$ … -1	-1 … 0	0 … 1	1 … $+\infty$
x^2-1	+	–	–	+
x	–	–	+	+
f(x)	I	II	III	IV

I. $x<-1$ için,

$$f(x)=\frac{|x^2-1|}{|x|-1}=\frac{x^2-1}{-x-1}$$

$$=\frac{(x-1)(x+1)}{-(x+1)}$$

$$=-x+1$$

II. $-1\leq x<0$ için,

$$f(x)=\frac{|x^2-1|}{|x|-1}=\frac{-x^2+1}{-x-1}$$

$$=\frac{(1-x)(1+x)}{-(x+1)}$$

$$=x-1$$

III. $0\leq x\leq 1$ için,

$$f(x)=\frac{|x^2-1|}{|x|-1}=\frac{-x^2+1}{x-1}$$

$$=\frac{(1-x)(1+x)}{(x-1)}$$

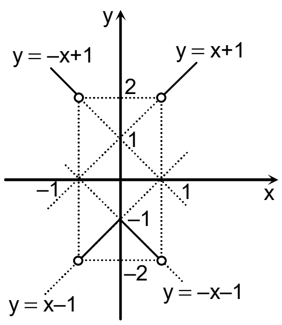
$$=-x-1$$

IV. $x>1$ için,

$$f(x)=\frac{|x^2-1|}{|x|-1}=\frac{x^2-1}{x-1}$$

$$=\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)}$$

$$=x+1$$



bulunur.

☺rnek:

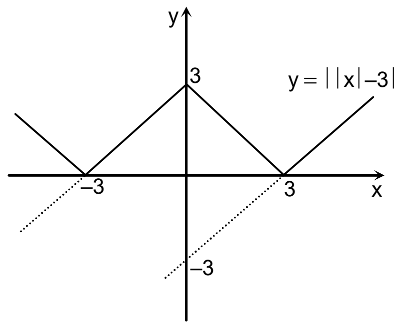
$f(x) = ||x|-3|$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ç☺züm:

* $x \geq 0$ için $y = |x-3|$ doğrusu çizilir.
* $x \leq 0$ için $y = |-x-3| = |x+3|$ doğrusu çizilir.

$y = x-3$ ve $y = x+3$ doğrularının grafikleri çizilir, x ekseninin altta kalan kısmının x eksenine göre simetriği alınır.



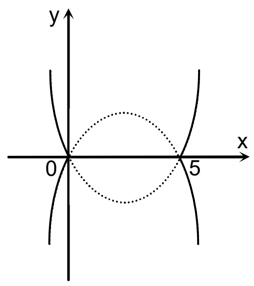
☺rnek:

$|y| = x^2-5x$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ç☺züm:

* $y \geq 0$ için $y = x^2-5x$ parabolü çizilir.
  $y = x^2-5x \rightarrow x = 0$ ve $x = 5$ noktalarından geçen, kolları yukarı doğru olan paraboldür.
* $y < 0$ için $-y = x^2-5x \rightarrow y = -x^2+5x$ parabolü çizilir.
  $y = -x^2+5x \rightarrow x = 0$ ve $x = 5$ noktalarından geçen, kolları aşağı doğru olan paraboldür.



bulunur.

☺rnek:

$\left\{(x,y) \in R^2 : |y-2| = |x-1| + x + 1\right\}$

bağıntısının grafiğini çiziniz.

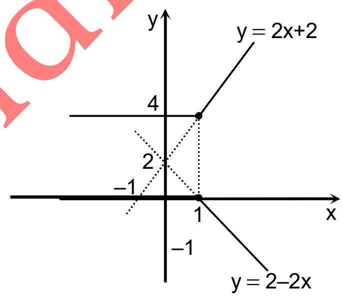
ç☺züm:

$\left.\begin{matrix} y \geq 2 \\ x \geq 1 \end{matrix}\right\}$ $y-2 = x-1+x+1 \rightarrow y = 2x+2$ doğrusu

$\left.\begin{matrix} y \geq 2 \\ x < 1 \end{matrix}\right\}$ $y-2 = -x+1+x+1 \rightarrow y = 4$ doğrusu

$\left.\begin{matrix} y < 2 \\ x \geq 1 \end{matrix}\right\}$ $-y+2 = x-1+x+1 \rightarrow y = 2-2x$ doğrusu

$\left.\begin{matrix} y < 2 \\ x < 1 \end{matrix}\right\}$ $-y+2 = -x+1+x+1 \rightarrow y = 0$ doğrusu çizilir.



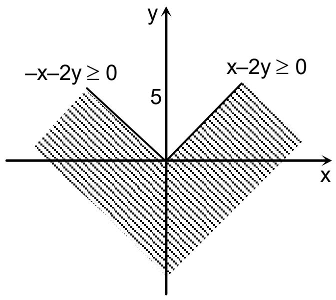
☺rnek:

$|x|-2y \geq 0$

bağıntısını sağlayan düzlemsel bölgenin grafiğini çiziniz.

ç☺züm:

$x \geq 0 \rightarrow x-2y \geq 0$
$x < 0 \rightarrow -x-2y \geq 0$



bulunur.

KAVRAMA ~ 3

1. f:R→R olmak üzere,

$f(x) = |x-3| + 2|6-2x| + 5$

olduğuna göre, **f(2)+f(3)–3f(–1) değerini bulunuz.**

2. $|5+x| + |3x+15| = 16$

olduğuna göre, **x'in alabileceği değerler toplamını bulunuz.**

3. $g(x) = \sqrt{x^2+4x+3} + \sqrt{x^2-8x+15}$

fonksiyonunun en geniş tanım aralığını bulunuz.

4. $-5 < y < 0 < x < 3$ olmak üzere,

$2|x-2y| + |y+7+x| + |x-4|$

işleminin sonucunu bulunuz.

5. $f(x) = \sqrt{|3x| - 6}$

fonksiyonunu <u>tanımsız</u> yapan x değerlerinin aralığını bulunuz.

6. $f(x) = \dfrac{|\tan x|}{|\cos 2x|}$

olduğuna göre, $\mathbf{f\left(\dfrac{7\pi}{6}\right)}$ **değerini bulunuz.**

7. $f(x) = |2x-6| + |x|$

fonksiyonunun grafiği, $x = 3$ doğrusu ve eksenler tarafından sınırlandırılan bölgenin alanını bulunuz.

8. $f:R-\{0\} \to R$ olmak üzere,

$$f(x) = |x| + \frac{|x|}{x}$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

9. $f:R \to R$ olmak üzere,

$$f(x) = |3x+6| + |x-2|$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

10. $$y = f(x) = \frac{x-2+|x-2|}{2|x-2|}$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözümleri
Sayfa 105~106