

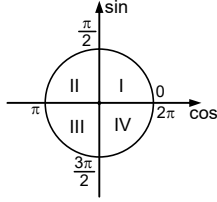
Trigonometri ~ 1

BİRİM ÇEMBER

* Birim Çember Denklemi:

$$x^2+y^2=1$$

* P(a, b) noktası birim çember üzerinde ise $a^2+b^2=1$ eşitliğini sağlar.

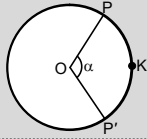


	sin	cos	tan	cot
I. Bölge: $0 < x < \frac{\pi}{2}$	+	+	+	+
II. Bölge: $\frac{\pi}{2} < x < \pi$	+	-	-	-
III. Bölge: $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$	-	-	+	+
IV. Bölge: $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$	-	+	-	-

[⊙] Aklımın Köşesi

Yay Uzunluğu:

$$|\widehat{PKP'}| = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360}$$



AÇI ÖLÇÜ BİRİMLERİ

Derece: Çemberin 360 da 1 ini gören merkez açıya 1° denir. $1^\circ = 60' = 3600''$ ve $1' = 60''$ olur.

Grad: Çemberin 400 de 1 ini gören merkez açıya 1^G denir.

Radyan: Çemberin yarıçap uzunluğundaki yayı gören merkez açıya 1 Rad denir.

$$* \frac{D}{180} = \frac{G}{200} = \frac{R}{\pi}$$

ESAS ÖLÇÜ

$0 \leq \theta < 360^\circ$ ve $k \in \mathbb{Z}$, $A = \theta + k \cdot 360^\circ$ ise

A'nın Esas ölçüsü = θ°

$0 \leq \theta < 400^G$ ve $k \in \mathbb{Z}$, $A = \theta + k \cdot 400^G$ ise,

A'nın Esas Ölçüsü = θ^G

$0 \leq \theta < 2\pi$ ve $k \in \mathbb{Z}$, $A = \theta + k \cdot 2\pi$ ise

A'nın Esas ölçüsü = θ Rad

[⊙] Aklımın Köşesi

* Esas ölçü negatif değerler alamaz.

* $a \neq 0$ olmak üzere, $ax^2+bx+c=0$ denkleminin,

$$\text{Kökler toplamı: } x_1+x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{Kökler çarpımı: } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

⊙ rnek:

$\sin 145$, $\cos 200$, $\tan 140$ ve $\cot 260$

trigonometrik değerlerin işaretlerini bulunuz.

Ç ⊙ züm:

$145^\circ \in$ II. Bölge, $\sin 145 > 0$, pozitif

$200^\circ \in$ III. Bölge, $\cos 200 < 0$, negatif

$140^\circ \in$ II. Bölge, $\tan 140 < 0$, negatif

$260^\circ \in$ III. Bölge, $\cot 260 > 0$, pozitif

⊙ rnek:

$a = \sin 110$, $b = \cos 260$, $c = \cos 210$ ve $d = \tan 240$

olduğuna göre, $\frac{|b+c|+b}{|a+d|-d}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Ç ⊙ züm:

$a = \sin 110 \rightarrow a > 0$

$b = \cos 260 \rightarrow b < 0$

$c = \cos 210 \rightarrow c < 0$

$d = \tan 240 \rightarrow d > 0$ olduğundan $b+c < 0$ ve $a+d > 0$ olur.

$$\frac{|b+c|+b}{|a+d|-d} = \frac{-b-c+b}{a+d-d} = -\frac{c}{a} \text{ bulunur.}$$

⊙ rnek:

$P(a+1, a)$

noktası birim çember üzerinde olduğuna göre, **a nın alabileceği değerler çarpımını bulunuz.**

Ç ⊙ züm:

$P(a+1, a)$ birim çember üzerinde ise,

$$(a+1)^2 + a^2 = 1 \rightarrow a^2 + 2a + 1 + a^2 = 1$$

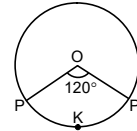
$$2a^2 + 2a = 0 \rightarrow 2a(a+1) = 0$$

$a=0$ ve $a=-1$ olur. **a nın değerler çarpımı 0 bulunur.**

⊙ rnek:

O merkezli çemberin yarıçapı 9 cm'dir.

$m(\widehat{POP'}) = 120^\circ$



olduğuna göre, **$|\widehat{PKP'}|$ nu bulunuz.**

Ç ⊙ züm:

$$|\widehat{PKP'}| = 2\pi r \frac{\alpha}{360} \quad [\alpha = 120^\circ \text{ ve } r = 9 \text{ cm}]$$

$$= 2\pi \cdot 9 \cdot \frac{120}{360} = 6\pi \text{ bulunur.}$$

KAVRAMA ~ 1

1. $3687'' = a^\circ b'c''$

olduğuna göre, **a+b+c toplamını bulunuz.**

2. $x = 37^\circ 16'$

olduğuna göre, $\frac{x}{5}$ açısının ölçüsünü bulunuz.

3. $\alpha = \left(\frac{5\pi}{12} + 60^\circ \right)$

açısının kaç grad olduğunu bulunuz.

4. $-\frac{68\pi}{5}$ açısının esas ölçüsünü bulunuz.

5. ABC üçgeninde

$m(\hat{A}) = 90^\circ$

$m(\hat{B}) = 36^\circ 20' 25''$

olduğuna göre, **m(\hat{C}) nın kaç derece, kaç dakika ve kaç saniye olduğunu bulunuz.**

6. Aşağıda koordinatları verilen noktalardan hangilerinin birim çember üzerinde olduğunu bulunuz.

I. $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right)$

II. $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

III. $\left(\frac{4}{5}, -\frac{3}{5} \right)$

Trigonometri ~ 1

7. $P(a,b)$ birim çember üzerinde bir nokta ve bu P noktasının y eksenine göre simetriği 4. bölgede olduğuna göre, **a ve b için aşağıda verilen ifadelerden kaçının kesinlikle doğru olduğunu bulunuz.**

- I. $a.b < 0$ II. $a.b > 0$ III. $a+b > 0$
IV. $a-b < 0$ V. $\frac{a+b}{2} > 0$

8. $P\left(\frac{1}{3}, b-2\right)$

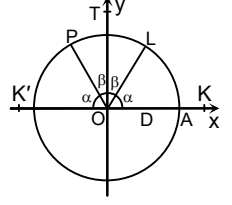
noktası birim çember üzerinde olduğuna göre, **b'nin alacağı değerler çarpımını bulunuz.**

9. Şekildeki birim çemberde

$$m(\widehat{K'OP}) = m(\widehat{LOK}) = \alpha$$

$$m(\widehat{LOT}) = m(\widehat{POT}) = \beta$$

$$\alpha = 23^\circ 27' 30''$$



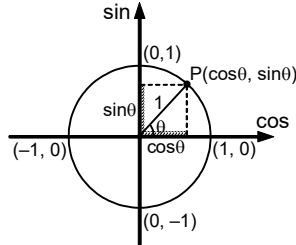
olduğuna göre, **$m(\widehat{LOP})$ kaç derece olduğunu bulunuz.**

10. Birim çember üzerinde $\frac{11\pi}{2}$ lik açıya karşılık gelen noktayı bulunuz.

Trigonometri ~ 2

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

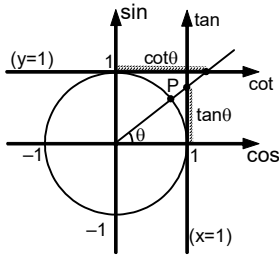
Sin - Cos



* $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$
 $-1 \leq \cos\theta \leq 1$
 $-1 \leq \sin\theta \leq 1$
 (sınırlıdır.)

	0°	90°	180°	270°
sin	0	1	0	-1
cos	1	0	-1	0

Tan - Cot



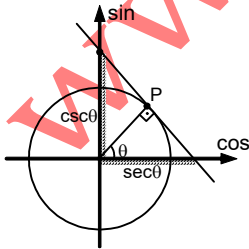
* $\tan\theta \cdot \cot\theta = 1$
 $-\infty < \tan\theta < \infty$
 $-\infty < \cot\theta < \infty$
 (sınırsızdır.)

* $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
 $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$, $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$

	0°	90°	180°	270°
tan	0	Tanımsız	0	Tanımsız
cot	Tanımsız	0	Tanımsız	0

Sekant - Kosekant (sec - csc)



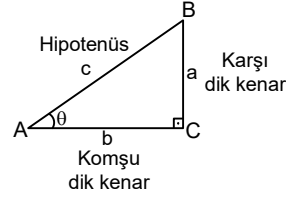
* $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$

$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$

$\sec\theta \leq -1$ veya $\sec\theta \geq 1$
 $\csc\theta \leq -1$ veya $\csc\theta \geq 1$

	0°	90°	180°	270°
sec	1	Tanımsız	-1	Tanımsız
csc	Tanımsız	1	Tanımsız	-1

DİK ÜÇGENDE DAR AÇILARIN TRİGONOMETRİK ORANLARI



$\sin\theta = \frac{\text{Karşı}}{\text{Hipotenüs}} = \frac{a}{c}$

$\cos\theta = \frac{\text{Komşu}}{\text{Hipotenüs}} = \frac{b}{c}$

$\tan\theta = \frac{\text{Karşı}}{\text{Komşu}} = \frac{a}{b}$

$\cot\theta = \frac{\text{Komşu}}{\text{Karşı}} = \frac{b}{a}$

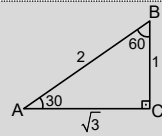
$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{c}{b}$

$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{c}{a}$

* $A+B=90^\circ \left(\frac{\pi}{2}\right)$ iken,

$\sin A = \cos B$
 $\tan A = \cot B$
 $\sec A = \csc B$ olur.

[☺] Aklımın Köşesi

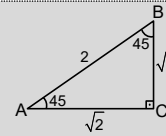


$\sin 30 = \cos 60 = \frac{1}{2}$

$\sin 60 = \cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan 30 = \cot 60 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\tan 60 = \cot 30 = \sqrt{3}$



$\sin 45 = \cos 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan 45 = \cot 45 = 1$

* $a \neq 0$ olmak üzere, $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün tepe noktası $T(r, k)$ ise $r = -\frac{b}{2a}$; $k = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$ olur.

Trigonometri ~ 2

☉ rnek:

$$\frac{3\cos\theta - 2}{5}$$

ifadesinin alabileceği en küçük tam sayı değerini bulunuz.

ç ☉ züm:

$$-1 \leq \cos\theta \leq 1$$

$$-3 \leq 3\cos\theta \leq 3$$

$$-5 \leq 3\cos\theta - 2 \leq 1$$

$$-1 \leq \frac{3\cos\theta - 2}{5} \leq \frac{1}{5}$$

En küçük tam sayı değeri (-1) bulunur.

☉ rnek:

$$x = 3\sin\theta$$

$$y = 2 + 3\cos\theta$$

olduğuna göre, **x ile y arasındaki bağıntıyı bulunuz.**

ç ☉ züm:

$$x = 3\sin\theta \rightarrow x^2 = 9\sin^2\theta$$

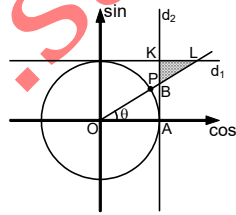
$$y = 2 + 3\cos\theta \rightarrow (y-2)^2 = 9\cos^2\theta$$

$$\begin{aligned} &+ \\ &x^2 + (y-2)^2 = 9(\sin^2\theta + \cos^2\theta) \\ &\qquad\qquad\qquad 1 \end{aligned}$$

$$x^2 + (y-2)^2 = 9 \text{ bulunur.}$$

☉ rnek:

Yandaki şekilde, d_1 ve d_2 doğruları, birim çembere teğettir. $m(\hat{AOP}) = \theta$ olduğuna göre, **taralı alanı bulunuz.**



ç ☉ züm:

$$|CL| = \cot\theta, |CK| = r = 1 \text{ den,}$$

$$|KL| = (\cot\theta - 1) \text{ olur.}$$

$$|AB| = \tan\theta, |AK| = 1 \text{ den,}$$

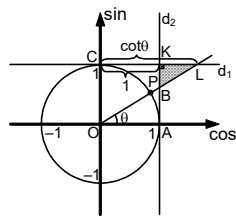
$$|KB| = (1 - \tan\theta) \text{ olur.}$$

$$A(KLB) = \frac{|KB| \cdot |KL|}{2}$$

$$= \frac{(\cot\theta - 1)(1 - \tan\theta)}{2}$$

$$= \frac{\cot\theta - \tan\theta \cdot \cot\theta - 1 + \tan\theta}{2}$$

$$= \frac{\cot\theta - 1 - 1 + \tan\theta}{2} = \frac{\cot\theta + \tan\theta - 2}{2} \text{ bulunur.}$$



☉ rnek:

$$\frac{(\tan x + \sin x) \cdot \cos x}{\sin^2 x}$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

ç ☉ züm:

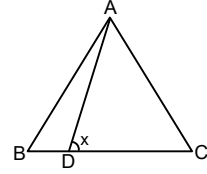
$$\begin{aligned} \frac{(\tan x + \sin x) \cdot \cos x}{\sin^2 x} &= \frac{\left(\frac{\sin x}{\cos x} + \sin x\right) \cdot \cos x}{\sin^2 x} \\ &= \frac{\left(\frac{\sin x + \cos x \cdot \sin x}{\cos x}\right) \cdot \cos x}{1 - \cos^2 x} = \frac{\sin x \cdot (1 + \cos x)}{(1 - \cos x) \cdot (1 + \cos x)} \\ &= \frac{\sin x}{1 - \cos x} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

☉ rnek:

Yandaki ABC eşkenar üçgeninde, $3|DC| = 5|BD|$

$$m(\hat{ADC}) = x$$

olduğuna göre, **tanx değerini bulunuz.**



ç ☉ züm:

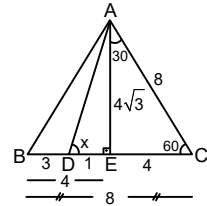
$$|DC| = 5 \text{ olsun.}$$

$$|BD| = 3 \text{ ve } |BC| = 8 \text{ dir}$$

$$|BE| = |EC| = 4 \text{ olduğundan}$$

$$|DE| = 1 \text{ olur.}$$

$$\tan x = \frac{4\sqrt{3}}{1} = 4\sqrt{3} \text{ bulunur.}$$



☉ rnek:

$$\sin x - \cos x = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, $\frac{1}{2}(\tan x + \cot x)$ ifadesinin sonucunu bulunuz.

ç ☉ züm:

$$(\sin x - \cos x)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{9}$$

$$\rightarrow 1 - 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{9} \rightarrow 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \frac{8}{9} \text{ olur.}$$

$$\frac{1}{2}(\tan x + \cot x) = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sin x \cdot \cos x} \right) = \frac{1}{2 \cdot \sin x \cdot \cos x} = \frac{1}{\frac{8}{9}} = \frac{9}{8} \text{ bulunur.}$$

☉ rnek:

$$\frac{\cos x}{1 + \sin x} - \frac{1}{\cos x}$$

ifadesinin en sade halini bulunuz.

ç ☉ züm:

$$\begin{aligned} \frac{\cos x}{1 + \sin x} - \frac{1}{\cos x} &= \frac{\cos^2 x - 1 - \sin x}{\cos x \cdot (1 + \sin x)} \\ &= \frac{-\sin^2 x - \sin x}{\cos x \cdot (1 + \sin x)} = \frac{-\sin x \cdot (1 + \sin x)}{\cos x \cdot (1 + \sin x)} \\ &= -\tan x \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

☉ rnek:

x ve y dar açılardır.

$$\sin(x-y) = \cos(2x+y)$$

olduğuna göre, **tanx değerini bulunuz.**

ç ☉ züm:

$$\sin(x-y) = \cos(2x+y)$$

Birbirini 90° ye tamamlayan açılardan sinüsleri kosisinüslerine eşit olduğundan,

$$(x-y) + (2x+y) = 90$$

$$3x = 90^\circ$$

$$x = 30^\circ \text{ olur.}$$

$$\text{Buna göre, } \tan x = \tan 30 = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ bulunur.}$$

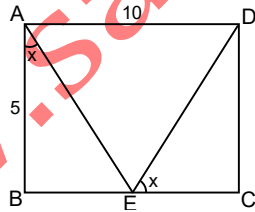
☉ rnek:

ABCD bir dikdörtgendir.

$$|AB| = 5 \text{ cm}$$

$$|AD| = 10 \text{ cm}$$

$$m(\hat{BAE}) = m(\hat{DEC}) = x$$



olduğuna göre, **cotx değerini bulunuz.**

ç ☉ züm:

$$\triangle ABE \sim \triangle DEC$$

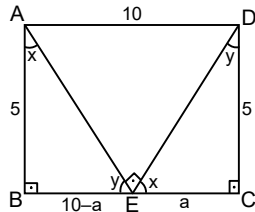
$$\frac{|AB|}{|EC|} = \frac{|BE|}{|CD|}$$

$$\frac{5}{a} = \frac{10-a}{5}$$

$$a \cdot (10-a) = 25$$

$$a = 5 \text{ olur.}$$

$$\cot x = \frac{5}{5} = 1 \text{ bulunur.}$$



☉ rnek:

$$\frac{\sin x}{\cos x - 1} + \frac{\cos x + 1}{\sin x}$$

ifadesinin en sade halini bulunuz.

ç ☉ züm:

$$\begin{aligned} \frac{\sin x}{\cos x - 1} + \frac{\cos x + 1}{\sin x} &= \frac{\sin^2 x + (\cos^2 x - 1)}{\sin x \cdot (\cos x - 1)} \\ &= \frac{(\sin^2 x + \cos^2 x) - 1}{\sin x \cdot (\cos x - 1)} \\ &= \frac{1 - 1}{\sin x \cdot (\cos x - 1)} \\ &= 0 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

☉ rnek:

$$\pi < x < \frac{3\pi}{2} \text{ olmak üzere,}$$

$$\sqrt{4 - 4 \cdot \cos^2 x} + 5 \cdot \sin x - \cos x = 0$$

olduğuna göre, **tanx değerini bulunuz.**

ç ☉ züm:

$$\sqrt{4 - 4 \cdot \cos^2 x} + 5 \cdot \sin x - \cos x = 0$$

$$\sqrt{4(1 - \cos^2 x)} + 5 \cdot \sin x - \cos x = 0$$

$$\sqrt{4 \cdot \sin^2 x} + 5 \cdot \sin x - \cos x = 0$$

$$|2 \cdot \sin x| + 5 \cdot \sin x - \cos x = 0$$

$$\pi < x < \frac{3\pi}{2} \text{ olduğundan } |2 \cdot \sin x| = -2 \cdot \sin x \text{ olur.}$$

$$-2 \cdot \sin x + 5 \cdot \sin x - \cos x = 0$$

$$3 \cdot \sin x - \cos x = 0$$

$$3 \cdot \sin x = \cos x$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{3} \text{ bulunur.}$$

☉ rnek:

$$7 \cdot \sin^2 x + 5 \cdot \cos^2 x$$

ifadesinin alabileceği **en büyük değeri bulunuz.**

ç ☉ züm:

$$7 \cdot \sin^2 x + 5 \cdot \cos^2 x = 2 \cdot \sin^2 x + 5 \cdot \sin^2 x + 5 \cdot \cos^2 x$$

$$= 2 \cdot \sin^2 x + 5 \cdot [\sin^2 x + \cos^2 x]$$

$$= 2 \cdot \sin^2 x + 5 \cdot [1]$$

$$= 2 \cdot \sin^2 x + 5 \text{ olur.}$$

$-1 \leq \sin x \leq 1$ olduğundan,

$\sin^2 x$ in alabileceği en büyük değer 1 dir.

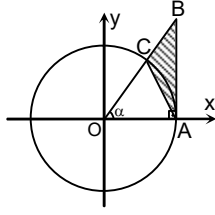
$$7 \cdot \sin^2 x + 5 \cdot \cos^2 x = 2 \cdot \sin^2 x + 5$$

$$= 2 \cdot 1 + 5 = 7 \text{ bulunur.}$$

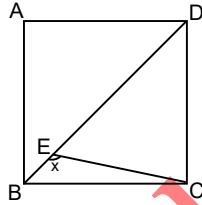
Trigonometri ~ 2

KAVRAMA ~ 2

1. $[OA] \perp [AB]$ ve C noktası birim çember üzerindedir.
 $\{C\} \in [OB]$
olduğuna göre, **ACB taralı üçgenin alanını bulunuz.**



2. ABCD karesinde,
[BD] köşegendir.
 $|BD|=7 \cdot |EB|$
 $m(\hat{BEC})=x$



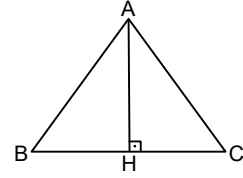
olduğuna göre, **tanx değerini bulunuz.**

3. A ve B koordinat sisteminde birer noktadır.
 $A=(\cos x, \sin x)$,
 $B=(-\sin x, \cos x)$
olduğuna göre, **|AB| nu bulunuz.**

4. $\left(\frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} + \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} \right)^2$

işleminin sonucunu bulunuz.

5. Yandaki ABC üçgeninde,
 $[AH] \perp [BC]$
 $\cot B + \cot C = 3$
 $A(ABC) = 12 \text{ br}^2$



olduğuna göre, **|AH| nun kaç br olduğunu bulunuz.**

6. $T = 3 - 3 \cdot \cos x + 2 \cdot \sin^2 x$
olduğuna göre, **T nin alabileceği en büyük değeri bulunuz.**

7. Herhangi bir ABC üçgeninde $b \cdot \cos C + c \cdot \cos B$ ifadesinin eşitini bulunuz.

9. a, b, c, d açıları ABCD yamuğunun iç açıları olmak üzere,
 $\cos a + \cos b + \cos c + \cos d$
toplamını bulunuz.

8. $\sin^2 x + \cos^2 x \cdot \cos^2 y - \sin^2 x \cdot \sin^2 y$ işleminin sonucunu bulunuz.

10. $\frac{1 - 3 \cdot \cos 3x}{2}$

ifadesinin alabileceği tam sayı değerlerinin toplamını bulunuz.

www.salihyildiz.net