

Trigonometri ~ 3

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARDA ÖZDEŞLİKLER

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$(\pi - \theta)$ [2. bölge]	$(\pi + \theta)$ [3. bölge]
$\sin(\pi - \theta) = \sin\theta$	$\sin(\pi + \theta) = -\sin\theta$
$\cos(\pi - \theta) = -\cos\theta$	$\cos(\pi + \theta) = -\cos\theta$
$\tan(\pi - \theta) = -\tan\theta$	$\tan(\pi + \theta) = \tan\theta$
$\cot(\pi - \theta) = -\cot\theta$	$\cot(\pi + \theta) = \cot\theta$

$(\frac{\pi}{2} - \theta)$ [1. bölge]	$(\frac{\pi}{2} + \theta)$ [2. bölge]
$\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = \cos\theta$	$\sin(\frac{\pi}{2} + \theta) = \cos\theta$
$\cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = \sin\theta$	$\cos(\frac{\pi}{2} + \theta) = -\sin\theta$
$\tan(\frac{\pi}{2} - \theta) = \cot\theta$	$\tan(\frac{\pi}{2} + \theta) = -\cot\theta$
$\cot(\frac{\pi}{2} - \theta) = \tan\theta$	$\cot(\frac{\pi}{2} + \theta) = -\tan\theta$

[☺] Akılmanın Köşesi

* θ açısı $(0 \neq \theta)$, $(\pi \neq \theta)$, $(2\pi \neq \theta)$ şeklinde ifade edilirse trigonometrik fonksiyon **isim değiştirmez**.

* θ açısı $(\frac{\pi}{2} \neq \theta)$, $(\frac{3\pi}{2} \neq \theta)$ şeklinde ifade edilirse trigonometrik fonksiyon **isim değiştirir**.

$(\frac{3\pi}{2} - \theta)$ [3. bölge]	$(\frac{3\pi}{2} + \theta)$ [4. bölge]
$\sin(\frac{3\pi}{2} - \theta) = -\cos\theta$	$\sin(\frac{3\pi}{2} + \theta) = -\cos\theta$
$\cos(\frac{3\pi}{2} - \theta) = -\sin\theta$	$\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta) = \sin\theta$
$\tan(\frac{3\pi}{2} - \theta) = \cot\theta$	$\tan(\frac{3\pi}{2} + \theta) = -\cot\theta$
$\cot(\frac{3\pi}{2} - \theta) = \tan\theta$	$\cot(\frac{3\pi}{2} + \theta) = -\tan\theta$

$(2\pi - \theta)$ $(2\pi - \theta) = (-\theta)$ [4. bölge]	$(2\pi + \theta)$ $(2\pi + \theta) = (\theta)$ [1. bölge]
$\sin(-\theta) = -\sin\theta$	$\sin(2\pi + \theta) = \sin\theta$
$\cos(-\theta) = \cos\theta$	$\cos(2\pi + \theta) = \cos\theta$
$\tan(-\theta) = -\tan\theta$	$\tan(2\pi + \theta) = \tan\theta$
$\cot(-\theta) = -\cot\theta$	$\cot(2\pi + \theta) = \cot\theta$

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARDA SIRALAMA

* x açısı 0° ile 90° arasında **artarken**,
 $\sin x$ ve $\tan x$ **artar**, $\cos x$ ve $\cot x$ **azalır**.

[☺] Akılmanın Köşesi

* $0 < x < 45^\circ \rightarrow \sin x < \tan x < \cos x < \cot x$

$45^\circ < x < 90^\circ \rightarrow \cos x < \cot x < \sin x < \tan x$

☺ **rnk:**

Aşağıdaki trigonometrik değerleri bulunuz.

a. $\sin \frac{3\pi}{4}$ b. $\sin(-30)$

c. $\cos \frac{7\pi}{6}$ d. $\cos(-60)$

e. $\tan(\frac{11\pi}{6})$ f. $\tan(-120)$

g. $\cot(\frac{7\pi}{6})$ h. $\cot(-750)$

☺ **züm:**

a. $\sin \frac{3\pi}{4} = \sin(\pi - \frac{\pi}{4}) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b. $\sin(-30) = -\sin 30 = -\frac{1}{2}$

c. $\cos \frac{7\pi}{6} = \cos(\pi + \frac{\pi}{6}) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

d. $\cos(-60) = \cos 60 = \frac{1}{2}$

e. $\tan(\frac{11\pi}{6}) = \tan(2\pi - \frac{\pi}{6}) = -\tan \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

f. $\tan(-120) = -\tan 120 = -(-\tan 60) = \tan 60 = \sqrt{3}$

g. $\cot(\frac{7\pi}{6}) = \cot(\pi + \frac{\pi}{6}) = \cot \frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$

h. $\cot(-750) = \cot(-30) = -\cot 30 = -\sqrt{3}$

☉ rnek:

 $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ olmak üzere,

aşağıdaki ifadelerin özdeşlerini bulunuz.

a. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ b. $\cos(270 - \theta)$

c. $\tan(180 + 2\theta)$ d. $\cot(360 - \theta)$

e. $\sin(\pi - \theta) + \sin\theta + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$

f. $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)$

☿ züm:

a. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos\theta$

b. $\cos(270 - \theta) = -\sin\theta$

c. $\tan(180 + 2\theta) = \tan 2\theta$

d. $\cot(360 - \theta) = -\cot\theta$

e. $\sin(\pi - \theta) + \sin\theta + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \sin\theta + \sin\theta - \sin\theta = \sin\theta$

f. $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = -\sin\theta + \sin\theta = 0$

☉ rnek:

$$\cot 300 \cdot \tan 210 - \sin 300$$

işleminin sonucunu bulunuz.

☿ züm:

$$\cot 300 = -\cot 60 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan 210 = \tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sin 300 = -\sin 60 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{aligned} \cot 300 \cdot \tan 210 - \sin 300 &= \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ &= -\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{-2 + 3\sqrt{3}}{6} \text{ olur.} \end{aligned}$$

☉ rnek:

$$\sin^2 65 + \cot 330 + \cos^2 65$$

işleminin sonucunu bulunuz.

☿ züm:

$$\sin^2 65 + \cot 330 + \cos^2 65 = 1 + (-\cot 30) = 1 - \sqrt{3} \text{ bulunur.}$$

☉ rnek:

$$f(x) = \sin^2(\pi - x) + \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

olduğuna göre, $f\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ değerini bulunuz.

☿ züm:

$$f(x) = \sin^2(\pi - x) + \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos^2 x + \sin^2 x = 1 \text{ olur.}$$

$$f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 1 \text{ bulunur.}$$

☉ rnek:

$$\frac{\sin 195 + \cos(-15) + 1}{\cos 255 + \cos 345 - \tan 135}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

☿ züm:

$$\begin{aligned} &\frac{\sin 195 + \cos(-15) + 1}{\cos 255 + \cos 345 - \tan 135} \\ &= \frac{\sin(180 + 15) + \cos(-15) + 1}{\cos(270 - 15) + \cos(360 - 15) - \tan(90 + 45)} \\ &= \frac{-\sin 15 + \cos 15 + 1}{-\sin 15 + \cos 15 - (-1)} = 1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

☉ rnek:

$$\tan 325 = x$$

olduğuna göre, $\tan 125 - \cot 125$ ifadesinin x cinsinden değerini bulunuz.

☿ züm:

$$\tan(325) = \tan(360 - 35) = -\tan 35 = x$$

$$\tan 35 = -x \rightarrow \cot 35 = -\frac{1}{x}$$

$$\begin{aligned} \tan 125 - \cot 125 &= \tan(90 + 35) - \cot(90 + 35) \\ &= -\cot 35 - (-\tan 35) = -\cot 35 + \tan 35 \\ &= -\left(-\frac{1}{x}\right) + (-x) = \frac{1}{x} - x = \frac{1 - x^2}{x} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

☉ rnek:

$$\frac{\sin 79^\circ - \sin 283^\circ}{\sin 257^\circ}$$

ifadesinin değerini bulunuz.

☿ züm:

$$\begin{aligned} &\frac{\sin(720^\circ + 77^\circ) - \sin(270^\circ + 13^\circ)}{\sin(180^\circ + 77^\circ)} \\ &= \frac{\sin 77^\circ - (-\cos 13^\circ)}{-\sin 77^\circ} = \frac{\sin 77^\circ + \sin 77^\circ}{-\sin 77^\circ} = \frac{2 \cdot \sin 77^\circ}{-\sin 77^\circ} \\ &= -2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Trigonometri ~ 3

☉ rnek:

$$14x = \pi \text{ olmak üzere,}$$

$$\frac{\tan 3x \cdot \cot 5x}{\cot 4x \cdot \tan 2x}$$

ifadesinin sayısal değerini bulunuz.

☐ züm:

$$\left[\begin{array}{l} 14x = \pi \rightarrow 7x = \frac{\pi}{2} \text{ olduğundan} \\ \tan 3x = \cot 4x, \cot 5x = \tan 2x \text{ olur.} \end{array} \right]$$

$$\frac{\tan 3x \cdot \cot 5x}{\cot 4x \cdot \tan 2x} = \frac{\cot 4x \cdot \tan 2x}{\cot 4x \cdot \tan 2x} = 1 \text{ bulunur.}$$

☉ rnek:

$$\sin 40^\circ = a$$

olduğuna göre, $\cos 220$ ifadesinin a cinsinden değerini bulunuz.

☐ züm:

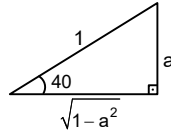
$$\cos 220 = \cos(180+40) = -\cos 40 \text{ dir.}$$

$$\sin 40 = a \text{ olduğundan}$$

$$\cos 40 = \sqrt{1-a^2} \text{ olur.}$$

$$\cos 220 = -\cos 40$$

$$= -\sqrt{1-a^2} \text{ bulunur.}$$



☉ rnek:

$$\frac{\tan \frac{4\pi}{3} + \cot \frac{5\pi}{4}}{\sin \frac{2\pi}{3} + \sin \frac{5\pi}{6}}$$

ifadesinin sonucunu bulunuz.

☐ züm:

$$\frac{\tan \frac{4\pi}{3} + \cot \frac{5\pi}{4}}{\sin \frac{2\pi}{3} + \sin \frac{5\pi}{6}} = \frac{\tan \left(\pi + \frac{\pi}{3} \right) + \cot \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right)}{\sin \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right) + \sin \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right)}$$

$$= \frac{\tan \frac{\pi}{3} + \cot \frac{\pi}{4}}{\sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{6}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}} = 2 \text{ bulunur.}$$

☉ rnek:

$$\cos 50 = x \text{ olmak üzere,}$$

$$\cot 680 + \tan 230 - 2 \cdot \cos(-50)$$

ifadesinin x cinsinden değerini bulunuz.

☐ züm:

$$\begin{aligned} \cot 680 + \tan 230 - 2 \cdot \cos(-50) \\ &= \cot 320 + \tan 230 - 2 \cdot \cos 50 \\ &= -\cot 40 + \tan 50 - 2 \cdot \cos 50 \\ &= -\tan 50 + \tan 50 - 2 \cdot \cos 50 \\ &= -2 \cdot \cos 50 = -2x \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

☉ rnek:

$$A = \sin(\theta - 3\pi) + \sin(\theta - 2\pi)$$

$$B = \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\theta - \frac{3\pi}{2}\right)$$

olduğuna göre, $A+B$ toplamını bulunuz.

☐ züm:

$$A = \sin(\theta - 3\pi) + \sin(\theta - 2\pi)$$

$$= \sin(\theta - 3\pi + 4\pi) + \sin \theta$$

$$= \sin(\theta + \pi) + \sin \theta = -\sin \theta + \sin \theta = 0 \text{ olur.}$$

$$B = \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\theta - \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$= \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2} + 2\pi\right) + \cos\left(\theta - \frac{3\pi}{2} + 2\pi\right)$$

$$= \cos\left(\theta + \frac{3\pi}{2}\right) + \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \sin \theta - \sin \theta = 0 \text{ olur.}$$

$$A+B = 0 + 0 = 0 \text{ bulunur.}$$

☉ rnek:

$$x+y = \frac{\pi}{4} \text{ olmak üzere,}$$

$$\frac{\sin^2(3x+2y) + \cos^2(x+2y)}{\cot(6x+5y) \cdot \cot(4x+5y)}$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

☐ züm:

$$\frac{\sin^2(3x+2y) + \cos^2(x+2y)}{\cot(6x+5y) \cdot \cot(4x+5y)}$$

$$= \frac{\sin^2(2(x+y)+x) + \cos^2(2(x+y)-x)}{\cot(6(x+y)-y) \cdot \cot(4(x+y)+y)}$$

$$= \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{\cot\left(\frac{3\pi}{2}-y\right) \cdot \cot(\pi+y)} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\tan y \cdot \cot y} = \frac{1}{1} = 1$$

bulunur.

☉ rnek:

$$\cos(\alpha - \beta) + 1 = 0$$

olduğuna göre, $\sin(\alpha - 2\beta)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Ç ☉ züm:

$$\cos(\alpha-\beta)+1=0 \rightarrow \cos(\alpha-\beta)=-1 \rightarrow \alpha-\beta=180^\circ$$

$$\sin(\alpha-2\beta)=\sin(\alpha-\beta-\beta)=\sin(180-\beta)=\sin\beta \text{ bulunur.}$$

☉ rnek:

$$\sin x = \sqrt{k+1}$$

$$\cot x = 2$$

olduğuna göre, **k** değerini bulunuz.

Ç ☉ züm:

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = 2 \rightarrow \cos x = 2 \cdot \sin x = 2 \cdot \sqrt{k+1} \text{ olur.}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \rightarrow (\sqrt{k+1})^2 + (2\sqrt{k+1})^2 = 1$$

$$(k+1) + 4(k+1) = 1 \rightarrow 5(k+1) = 1$$

$$k+1 = \frac{1}{5} \rightarrow k = -\frac{4}{5} \text{ bulunur.}$$

☉ rnek:

$$a = \sin 50$$

$$b = \cos 50$$

$$c = \tan 130$$

$$d = \cot 130$$

olduğuna göre, **a, b, c ve d** sayılarını küçükten büyüğe sıralayınız.

Ç ☉ züm:

$$a = \sin 50 (+)$$

$$b = \cos 50 = \sin 40 (+)$$

$$c = \tan 130 = -\tan 50 (-)$$

$$d = \cot 130 = -\cot 50 = -\tan 40 (-)$$

$\sin 40 < \sin 50$ ve $\tan 40 < \tan 50 \rightarrow -\tan 50 < -\tan 40$
Negatif sayılar daima pozitif sayılardan küçük olacağından negatifler ve pozitifler kendi aralarında sıralanırlar. Buradan, $c < d < b < a$ bulunur.

☉ rnek:

$$a = \sin 35$$

$$b = \cos 20$$

$$c = \tan 75$$

$$d = \cos 70$$

olduğuna göre, **a, b, c ve d** değerlerini küçükten büyüğe sıralayınız.

Ç ☉ züm:

$$a = \sin 35 = \cos 55 \quad ; \quad b = \cos 20 = \sin 70$$

$$c = \tan 75 \quad ; \quad d = \cos 70$$

$$\underbrace{\cos 70}_d < \cos 55 = \underbrace{\sin 35}_a \rightarrow d < a$$

$$\underbrace{\sin 35}_a < \sin 70 = \underbrace{\cos 20}_b \rightarrow a < b$$

$$\underbrace{\cos 20}_b = \sin 70 < \tan 70 < \underbrace{\tan 75}_c \rightarrow b < c \text{ olur.}$$

$d < a, a < b, b < c$ olduğundan $d < a < b < c$ bulunur.

☉ rnek:

$$x = \sin(-50)$$

$$y = \tan(-50)$$

$$z = \cos(-50)$$

olduğuna göre, **x, y ve z** arasındaki sıralamayı bulunuz.

Ç ☉ züm:

$$x = \sin(-50) = -\sin 50$$

$$y = \tan(-50) = -\tan 50$$

$$z = \cos(-50) = \cos 50$$

$-\tan 50 < -\sin 50 < \cos 50 \rightarrow y < x < z$ bulunur.

☉ rnek:

$$a = \sin 110$$

$$b = \sin(-340)$$

$$c = \cos(-40)$$

olduğuna göre, **a, b ve c** arasındaki sıralamayı bulunuz.

Ç ☉ züm:

$$a = \sin 110 = \sin 70$$

$$b = \sin(-340) = \sin(-340+360) = \sin 20$$

$$c = \cos(-40) = \cos 40 = \sin 50$$

$\sin 20 < \sin 50 < \sin 70 \rightarrow b < c < a$ bulunur.

☉ rnek:

$90^\circ < x < y < 180^\circ$ olmak üzere,

$$I. \sin x < \sin y$$

$$III. \cos x < \sin x$$

$$II. \cos x < \cos y$$

$$IV. \sin x < \cot x$$

ifadelerinin doğruluğunu veya yanlışlığını bulunuz.

Ç ☉ züm:

$90^\circ < x = 120^\circ < y = 150^\circ < 180^\circ$ olsun.

$$I. \sin x < \sin y \rightarrow \sin 120 < \sin 150$$

$$\rightarrow \sin 60 < \sin 30 \text{ yanlıştır.}$$

$$II. \cos x < \cos y \rightarrow \cos 120 < \cos 150$$

$$\rightarrow -\cos 60 < -\cos 30 \text{ yanlıştır.}$$

$$III. \cos x < \sin x \rightarrow \cos 120 < \sin 120$$

$$\rightarrow -\cos 60 < \sin 60 \text{ doğrudur.}$$

$$IV. \sin x < \cot x \rightarrow \sin 120 < \cot 120$$

$$\rightarrow \sin 60 < -\cot 60 \text{ yanlıştır.}$$

KAVRAMA ~ 3

1. $\tan 15 = m$ olmak üzere,

$$\frac{\tan 165 - \cot 345}{\tan 105}$$

ifadesinin m cinsinden değerini bulunuz.

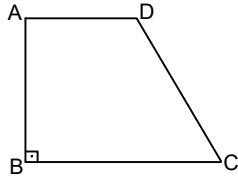
2. $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere,

$$\frac{\cot\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{[\cos(2\pi - \alpha) \cdot \sin(\pi - \alpha)]^{-1}}$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

3. Şekildeki ABCD dik yamuğunda,
 $2|AB| = 2|AD| = |DC|$
 veriliyor.

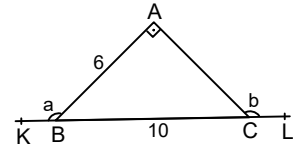
Buna göre, $\sin D + \cos D$ toplamını bulunuz.



4. $\tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \cdot \dots \cdot \tan 89^\circ$ çarpımının eşitini bulunuz.

5. $f(x - \pi) = \sin 5x$ olduğuna göre, $f(x)$ i bulunuz.

6. BAC dik üçgeninde
 $|AB| = 6$
 $|BC| = 10$



$m(\hat{A}BK) = a$ ve $m(\hat{A}CL) = b$ olduğuna göre, $\sin a - \cos b$ farkını bulunuz.

7. $x+y=45^\circ$ olduğuna göre, $\sin(3x+2y)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

8. Aşağıdakilerden hangisinin değerinin diğerlerinden büyük olduğunu bulunuz.
- I. $\cos 280$ II. $-\tan 50$
 III. $\cot 40$ IV. $\tan 310$
 V. $\cos(-60)$

9. $\frac{3\pi}{2} < \alpha < \beta < 2\pi$ olmak üzere,

$$a = \sin \alpha, \quad c = \cos \alpha$$

$$b = \sin \beta, \quad d = \cos \beta$$

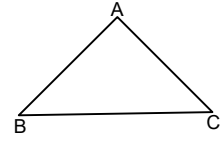
sayıları arasındaki doğru sıralanışı küçükten büyüğe doğru bulunuz.

10. ABC üçgeninde

\hat{A} geniş açı

$$|AB| = 3, \quad |AC| = 5$$

$$|BC| = 7$$



olduğuna göre, $x = \cos \hat{A}$, $y = \sin \hat{B}$ ve $z = \sin \hat{C}$ sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

Trigonometri ~ 4

TRİGONOMETRİK ORANLARDAN BİRİ VERİLDİĞİNDE DİĞER ORANLARIN BULUNMASI

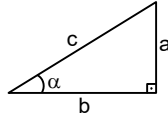
* $\sin\alpha = \frac{a}{c}$ oranı verilsin.

- Bu oranlara uygun bir dik üçgen çizilir.
- Tanım aralığına uygun fonksiyonların işaretleri belirlenir.
- Diğer oranlar bu dik üçgenden yararlanılarak bulunur.

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ olmak üzere,

$$\cos\alpha = -\frac{b}{c}$$

$$\tan\alpha = -\frac{a}{b}; \cot\alpha = -\frac{b}{a}; \sec\alpha = -\frac{c}{b}; \csc\alpha = \frac{c}{a} \text{ olur.}$$



[☺] Akfının Köşesi

* $\sin 120 = \sin 60; \sin 135 = \sin 45; \sin 150 = \sin 30$

* $\cos 120 = -\cos 60; \cos 135 = -\cos 45; \cos 150 = -\cos 30$

* $\tan 120 = -\tan 60; \tan 135 = -\tan 45; \tan 150 = -\tan 30$

* $\cot 120 = -\cot 60; \cot 135 = -\cot 45; \cot 150 = -\cot 30$

* $a.\sin\alpha + b.\cos\alpha = 0$ eşitliğinden $\tan\alpha$ veya $\cot\alpha$ oranları elde edilebilir.

$$a.\sin\alpha + b.\cos\alpha = 0 \rightarrow a.\sin\alpha = -b.\cos\alpha$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{b}{a}$$

$$\tan\alpha = -\frac{b}{a}$$

$$\cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha} = -\frac{a}{b}$$

[☺] Akfının Köşesi

$0 < \alpha < 90^\circ$ olmak üzere,

* $\sin\alpha = \frac{3}{5} \rightarrow \cos\alpha = \frac{4}{5}; \tan\alpha = \frac{3}{4}; \cot\alpha = \frac{4}{3}$

* $\sin\alpha = \frac{5}{13} \rightarrow \cos\alpha = \frac{12}{13}; \tan\alpha = \frac{5}{12}; \cot\alpha = \frac{12}{5}$

* $\sin\alpha = \frac{8}{17} \rightarrow \cos\alpha = \frac{15}{17}; \tan\alpha = \frac{8}{15}; \cot\alpha = \frac{15}{8}$

* $\sin\alpha = \frac{7}{25} \rightarrow \cos\alpha = \frac{24}{25}; \tan\alpha = \frac{7}{24}; \cot\alpha = \frac{24}{7}$

☺ rnek:

$x \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ olmak üzere,

$$\sin x = \frac{12}{13}$$

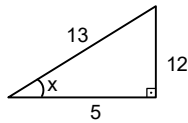
olduğuna göre, $\cos x$, $\tan x$, $\cot x$ değerlerini bulunuz.

☺ züm:

$(\frac{\pi}{2}, \pi)$ II. bölgedir.

$\sin x = \frac{12}{13}$ olduğundan

$\cos x = -\frac{5}{13}$, $\tan x = -\frac{12}{5}$ ve $\cot x = -\frac{5}{12}$ bulunur.



☺ rnek:

$x \in (0, \frac{\pi}{2})$ olmak üzere,

$$3.\sin x - 2.\cos x = 0$$

olduğuna göre, $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\cot x$ değerlerini bulunuz.

☺ züm:

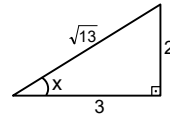
$$3.\sin x - 2.\cos x = 0 \rightarrow 3.\sin x = 2.\cos x$$

$$\rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x = \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

$(0, \frac{\pi}{2})$ I. bölgedir.

$\tan x = \frac{2}{3}$ olduğundan

$\cot x = \frac{3}{2}$, $\sin x = \frac{2}{\sqrt{13}}$, $\cos x = \frac{3}{\sqrt{13}}$ bulunur.



☺ rnek:

$x \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$ olmak üzere,

$$4^{2\sin x} = 8^{\cos x}$$

olduğuna göre, $\cos^2 x$ değerini bulunuz.

☺ züm:

$$4^{2\sin x} = 8^{\cos x} \rightarrow 2^{4\sin x} = 2^{3\cos x} \rightarrow 4.\sin x = 3.\cos x$$

$$\rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x = \frac{3}{4}$$

$x \in (\pi, \frac{3\pi}{2}) \rightarrow \cos x = -\frac{4}{5} \rightarrow \cos^2 x = \frac{16}{25}$ bulunur.

☉ rnek:

$\frac{\pi}{2} < x < \pi$ olmak üzere,

$$\sin x = \frac{7}{25}$$

olduğuna göre, $\sin x \cdot \cot x - \tan x$ ifadesinin sayısal değerini bulunuz.

☐ züm:

$\frac{\pi}{2} < x < \pi$ II. bölgedir.

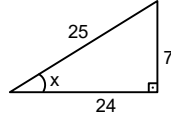
$\sin x = \frac{7}{25}$ olduğundan

$\cos x = -\frac{24}{25}$ ve $\tan x = -\frac{7}{24}$ olur.

$$\sin x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} - \tan x = \cos x - \tan x$$

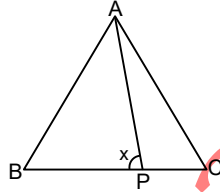
$$= \left(-\frac{24}{25}\right) - \left(-\frac{7}{24}\right)$$

$$= -\frac{24}{25} + \frac{7}{24} = -\frac{401}{600} \text{ bulunur.}$$



☉ rnek:

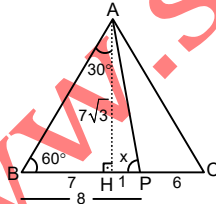
ABC eşkenar üçgen, $4|PC| = 3|PB|$ olduğuna göre, $\cot x$ değerini bulunuz.



☐ züm:

$4|PC| = 3|PB|$
 $|PC| = 6$ olsun.
 $|PB| = 8$ olur.

$$\cot x = \frac{1}{\frac{7\sqrt{3}}{21}} = \frac{\sqrt{3}}{21} \text{ bulunur.}$$



☉ rnek:

$$\sin^2 30 + \sin^2 31 + \sin^2 32 + \dots + \sin^2 60$$

toplamını bulunuz.

☐ züm:

$A + B = 90^\circ \rightarrow \sin A = \cos B$ olduğundan,

$$\sin^2 30 + \sin^2 31 + \dots + \sin^2 45 + \dots + \cos^2 31 + \cos^2 30$$

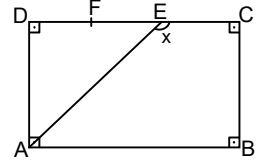
$$= \underbrace{1+1+1+\dots+1}_{15 \text{ tane}} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 15 + \frac{1}{2} = \frac{31}{2} \text{ bulunur.}$$

☉ rnek:

$$|DF| = |FE| = |EC|$$

$$|AB| = 2|AD|$$

olduğuna göre, $\tan(\hat{AEC})$ değerini bulunuz.



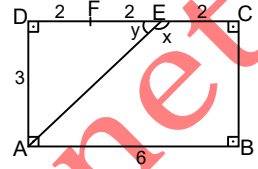
☐ züm:

$|AD| = 3$ olsun.

$|AB| = 6$ olur.

$$\tan x = \tan(\pi - y)$$

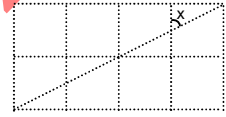
$$= -\tan y = -\frac{3}{4} \text{ bulunur.}$$



☉ rnek:

Şekil 8 eş kareden oluşmaktadır.

Buna göre, $\sin x \cdot \cot x$ çarpımını bulunuz.

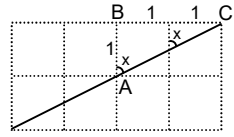


☐ züm:

$|AB| = 1$ olsun.

$|BC| = 2$ ve $|AC| = \sqrt{5}$ olur.

$$\sin x \cdot \cot x = \sin x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = \cos x = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ bulunur.}$$



☉ rnek:

Yandaki ABCD bir karedir.

$$3|BE| = |CE|$$

$$m(\hat{CDE}) = x$$

olduğuna göre, $\left(\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x}\right)$ ifadesinin değerini

bulunuz.

☐ züm:

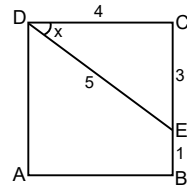
$|BE| = 1$ olsun.

$|CE| = 3$, $|DC| = 4$ ve

$|DE| = 5$ olur.

$$\sin x = \frac{3}{5}, \cos x = \frac{4}{5} \text{ bulunur.}$$

$$\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} = \frac{1}{\frac{4}{5}} + \frac{1}{\frac{3}{5}} = \frac{5}{4} + \frac{5}{3} = \frac{35}{12} \text{ bulunur.}$$



Trigonometri ~ 4

☉ rnek:

$x \in (0, \frac{\pi}{2})$ olmak üzere,

$$\frac{5 \cdot \sin x + \cos x}{2 \cdot \cos(\frac{\pi}{2} + x) + 7 \cdot \sin(\frac{\pi}{2} + x)} = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, $\sin x + \cos x$ toplamını bulunuz.

ç züm:

$$\frac{5 \cdot \sin x + \cos x}{-2 \cdot \sin x + 7 \cdot \cos x} = \frac{1}{2}$$

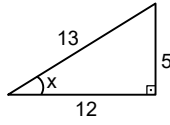
$$10 \cdot \sin x + 2 \cdot \cos x = -2 \cdot \sin x + 7 \cdot \cos x$$

$$12 \cdot \sin x = 5 \cdot \cos x \rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x = \frac{5}{12} \text{ dir.}$$

$$\tan x = \frac{5}{12} \text{ olduğundan,}$$

$$\cos x = \frac{12}{13} \text{ ve } \sin x = \frac{5}{13} \text{ olur.}$$

$$\sin x + \cos x = \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{17}{13} \text{ bulunur.}$$



☉ rnek:

$$\frac{\tan x + 3 \cot x}{\frac{1}{\sin x \cdot \cos x}} = 3$$

olduğuna göre, $\cos^2 x$ in eşitini bulunuz.

ç züm:

$$\frac{\frac{\sin x}{\cos x} + 3 \cdot \frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{1}{\sin x \cdot \cos x}} = 3 \rightarrow \frac{\sin^2 x + 3 \cdot \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} = 3$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \cos^2 x = 3$$

$$1 + 2 \cos^2 x = 3 \rightarrow 2 \cos^2 x = 2 \rightarrow \cos^2 x = 1 \text{ bulunur.}$$

☉ rnek:

$\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\frac{2 \sin x - \cos x}{\sin x - 2 \cos x} = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, $\cos x$ değerini bulunuz.

ç züm:

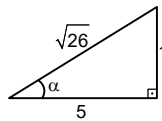
$$6 \sin x - 3 \cos x = \sin x - 2 \cos x \rightarrow 5 \sin x = \cos x$$

$$\rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{5} \rightarrow \tan x = \frac{1}{5}$$

$\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ III. bölgedir.

$\tan x = \frac{1}{5}$ olduğundan

$$\cos x = -\frac{5}{\sqrt{26}} \text{ bulunur.}$$



☉ rnek:

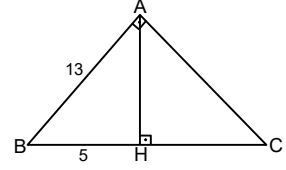
Yandaki ABC üçgeninde,

$$[BA] \perp [AC]$$

$$[AH] \perp [BC]$$

$$|AB| = 13 \text{ br}$$

$$|BH| = 5 \text{ br}$$



olduğuna göre, $\tan(\hat{C})$ nin değerini bulunuz.

ç züm:

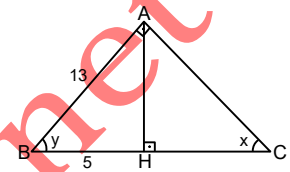
$$m(\hat{C}) = x$$

$$m(\hat{B}) = y \text{ olsun.}$$

$x + y = 90^\circ$ olduğundan

$$\tan \hat{C} = \cot \hat{B} = \frac{|BH|}{|AB|} = \frac{5}{12}$$

bulunur.



☉ rnek:

$\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ olmak üzere,

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

olduğuna göre, $\frac{\tan \alpha - \cot \alpha}{\sin \alpha}$ ifadesinin değerini

bulunuz.

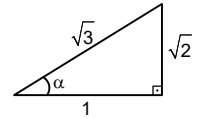
ç züm:

$\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ IV. bölgedir.

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ ise, } \tan \alpha = -\sqrt{2}$$

$$\cot \alpha = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ ve } \sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \text{ olur.}$$

$$\frac{\tan \alpha - \cot \alpha}{\sin \alpha} = \frac{(-\sqrt{2}) - (-\frac{1}{\sqrt{2}})}{-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{-\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}}{-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ bulunur.}$$



☉ rnek:

$$\sin 10 = a$$

olduğuna göre, $\sin 260$ in a cinsinden eşitini bulunuz.

ç züm:

$$\sin 260 = \sin(180 + 80) = -\sin 80 = -\cos 10$$

$$\sin^2 10 + \cos^2 10 = 1 \rightarrow a^2 + \cos^2 10 = 1 \rightarrow \cos 10 = \sqrt{1 - a^2}$$

$$\text{olur. } \sin 260 = -\cos 10 = -\sqrt{1 - a^2} \text{ bulunur.}$$

KAVRAMA ~ 4

1. $(\sqrt[3]{16})^{\cos x} = (32)^{\sin x}$

olduğuna göre, **tanx** in değerini bulunuz.

2. $a = \cos 10$

olduğuna göre, **4.cos10 - csc80** ifadesinin **a** cinsinden eđitini bulunuz.

3. $\cot 80 = n$ olmak üzere,

$$\frac{\tan 80 + \cot 80}{(\cos 10 \cdot \cos 170)^{-1}}$$

ifadesinin **n** türünden eđitini bulunuz.

4. $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere,

$$\frac{3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x}{2 \sin^2 x + \cos^2 x} = 3$$

olduğuna göre, **x** in kaç derece olduğunu bulunuz.

5. ABC üçgeninde,

$$|AB| = |BC|$$

$$\tan B = \frac{7}{24}$$

olduğuna göre, **tanC** değerini bulunuz.

6. $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\sin x \cdot \cos x = \frac{2}{5}$$

olduğuna göre, **(sinx + cosx)** ifadesinin değerini bulunuz.

Trigonometri ~ 4

7. $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ olmak üzere,

$$\frac{\sin \alpha + 2 \cos \alpha}{\cos \alpha - 2 \sin \alpha} = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, $\sin \alpha \cdot \cot \alpha$ çarpımını bulunuz.

9. $\sqrt{1 - \cos^2 a} - 2 \sin a = 1$ denklemini veriliyor.

$$\frac{3\pi}{2} < a < 2\pi$$

olduğuna göre, tana değerini bulunuz.

8. $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\sin x = t \cdot \csc x$$

olduğuna göre, $\cos x$ ifadesinin t cinsinden değerini bulunuz.

10. $\tan^2 20 + \cot^2 70 = 2a^2$

olduğuna göre, $\sin^2 20$ nin a türünden değerini bulunuz.

www.sahihyildiz.net